

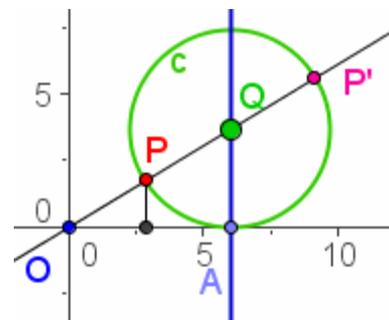
Algebraische Kurven

Aufgabe 1 Strophoide = Seilkurve

Konstruktionsbeschreibung für die Strophoide

Anmerkung: Sie brauchen viel Platz oben und unten. Spiegeln Sie gefundene Punkte an der x-Achse.

- 1) Wähle A auf der x-Achse. Strecke $\overline{OA}=a$.
- 2) Errichte in A die Senkrechte auf die x-Achse.
- 3) Setze Q frei auf diese Senkrechte.
- 4) c sei der Kreis um Q durch A.
- 5) Kreis c schneidet die Gerade OQ in P und in P'.
- 6) Gesucht ist der Ort von P und P', wenn Q auf der Senkrechten läuft.



Aufgaben

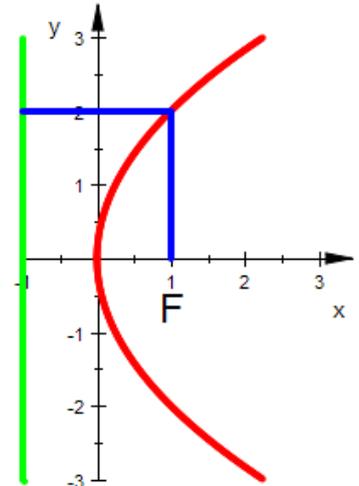
- a) Führen Sie die Konstruktion für einige Stellungen von Q durch.
- b) Markieren Sie stets P und P' und spiegeln Sie alle Ihre Punkte an der x-Achse
- c) Was ergibt sich, wenn Q auf A wandert.
- d) Was geschieht, wenn Q immer höher wandert.
- e) Deuten Sie in der Zeichnung an und verbalisieren Sie, wie die gesamte Strophoide aussieht.
- f) Leiten Sie die Polargleichung (in Abhängigkeit von a) für die Strophoide her.
 Ergebnis zur Sicherheit $r(\varphi) = \frac{a}{\cos(\varphi)} - a \tan(\varphi)$ oder $r(\varphi) = a \frac{1 - \sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$
- g) Leiten Sie geometrisch (Pyth., Strahlensatz) eine implizite kartesische Gleichung her. Ergebnis zur Sicherheit $x(a-x)^2 = y^2(2a-x)$ 1
- h) Leiten Sie aus der Polargleichung eine implizite kartesische Gleichung her. Ergebnis zu Sicherheit $(x^2 + y^2)(a-x)^2 = a^2 y^2$ 2
- i) 1 und 2 sind nicht äquivalent, denn in 2 ist die y-Achse Lösung, zeigen Sie das Letztere. Welche Rolle spielt hier der Grad jeder der Gleichungen? Gehört die y-Achse zu der Konstruktion? Welche Gleichung entspricht besser der Konstruktion?
- j) Zeigen Sie mit einer der Gleichungen, dass sich für $x=2a$ keine Punkte ergeben können. Begründen Sie dort eine Asymptote durch Betrachtung der Konstruktion.
- k) Welchen Einfluss auf die Form der Strophoide hat die Größe von a?

Aufgabe 2 Kegelschnitte

Allgemeine Scheitelgleichung $y^2 = 2px - (1 - \varepsilon^2)x^2$

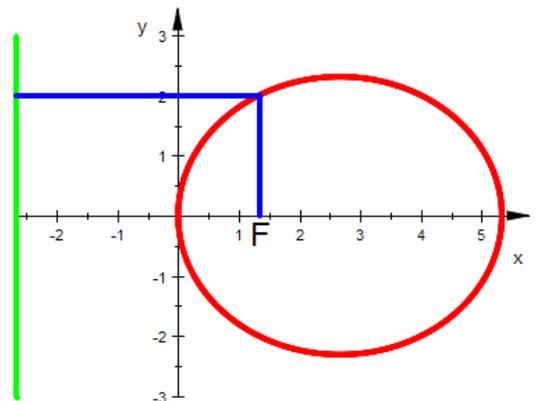
a) Parabel

- i. Demonstrieren Sie mit dem Parabelpunkt für $x=2$ die Leitgeradendefinition der Parabel.
- ii. Demonstrieren Sie mit demselben Punkt die Namensgebung der Parabel.
- iii. Für welches ε entsteht eine Parabel aus der allgemeinen Scheitelgleichung, wie groß ist hier p und wie erklärt sich ii.) an der Gleichung.



b) Ellipse

- i. Demonstrieren Sie mit dem Ellipsenpunkt über F die Leitgeradendefinition der Ellipse. Entnehmen Sie ε der Zeichnung.
- ii. Demonstrieren Sie mit dem Punkt für $x=4,5$ die Namensgebung der Ellipse.
- iii. Für welche ε entstehen Ellipsen aus der allgemeinen Scheitelgleichung, wie groß ist hier p und wie erklärt sich ii.) an der Gleichung.
- iv. Hier gilt $a = \frac{8}{3}$ und $b = \frac{8}{\sqrt{3}}$. Stellen Sie



die verschobene Mittelpunktsleichung auf und zeigen Sie durch Umformungen, dass die erwartete Scheitelgleichung gilt. Welcher Zusammenhang besteht zwischen p , ε und a , b ?

c) Hyperbel

- i. Demonstrieren Sie mit dem Hyperbelpunkt über F die Leitgeradendefinition der Hyperbel. Entnehmen Sie ε der Zeichnung.
- ii. Demonstrieren Sie mit dem Punkt für $x=1$ die Namensgebung der Hyperbel.
- iii. Geben Sie mit den abgelesenen Werten für p und ε die Scheitelgleichung dieser Hyperbel an.

