Einführungsspielereien

Komplexe Zahlen Haftendorn 2013

www.mathematik-verstehen.de Bereich Algebra-> Zahlaufbau->Komplex

$z:=2+5\cdot i \blacktriangleright 2+5\cdot i$ $w:=4-2\cdot i \blacktriangleright 4-2\cdot i$ Das i muss!!! man von den Sonderzeichen holen.

Auch in der normalen Einstellung arbeitet der TI (CAS) richtig mit den komplexen Zahlen.

$z+w \blacktriangleright 6+3\cdot i$ $z\cdot w \blacktriangleright 18+16\cdot i$ $\frac{1}{z} \blacktriangleright \frac{2}{29}-\frac{5}{29}\cdot i$ Dies Ergebnis ist etwas verbüffend, denn $1/(2+5\,i) \blacktriangleright \frac{2}{29}-\frac{5}{29}\cdot i$ hat ja zunächst nicht diese Gestalt. Man erreicht diese Darstellung durch Erweitern mit $(2-5i)$ Dann wird der Nenner $2^2-25\cdot i^2 \blacktriangleright 29$

Polardarstellung: $r:=\sqrt{2^2+5^2} \blacktriangleright \sqrt{29}$ $|z| \blacktriangleright 5.38516$

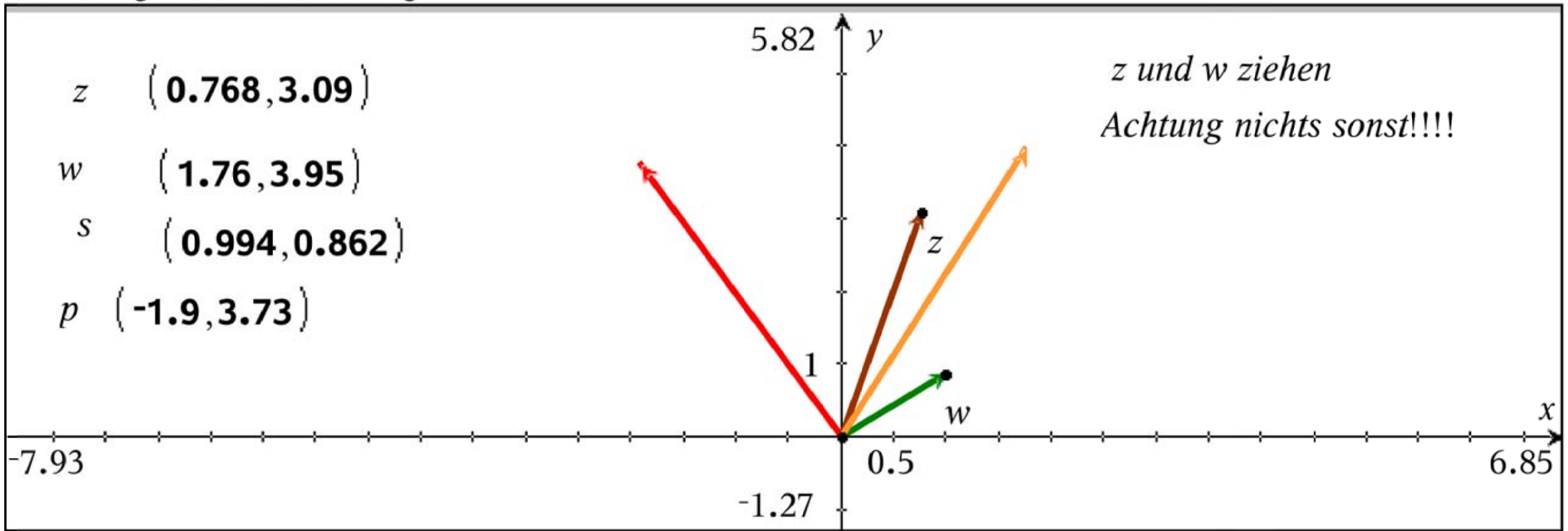
$\text{angle}(z) \blacktriangleright 1.19029$ $\textbf{wink}:=\text{angle}(z) \blacktriangleright \frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$ $\frac{\textbf{wink}}{1°} \blacktriangleright 68.1986$

$z\blacktriangleright\text{Polar} \blacktriangleright e^{i\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)\right)}\cdot\sqrt{29}$ $z\blacktriangleright\text{Polar} \blacktriangleright e^{1.19029\cdot i}\cdot 5.38516$

$\frac{1}{z}\blacktriangleright\text{Polar} \blacktriangleright e^{-1.19029\cdot i}\cdot 0.185695$ 1/z hat den negativen Winkel und den Kehrwert des Betrages.

1.1

Notwendigkeit und Darstellung



Summe und Produkt in der Gaußschen Zahlenebene

zr ▸ 0.768056   **zi** ▸ 3.0874   **wr** ▸ 0.99423   **wi** ▸ 0.861769   Werte von oben!!!!!

z:=zr+i·zi ▸ 0.768056+3.0874·i **w:=wr+i·wi** ▸ 0.99423+0.861769·i

s:=z+w ▸ 1.76229+3.94917·i **sr:=real(s)** ▸ 1.76229   **si:=imag(s)** ▸ 3.94917

p:=z·w ▸ -1.897+3.73147·i **pr:=real(p)** ▸ -1.897   **pim:=imag(p)** ▸ 3.73147

z·w ▸ -1.897+3.73147·i **w·z** ▸ -1.897+3.73147·i

z^2 ▸ -8.94212+4.74259·i

2.1

Notwendigkeit und Darstellung

Komplexe Zahlen Haftendorn 2013

$c:=3+5\cdot \boldsymbol{i}$ ▸ $3+5\cdot \boldsymbol{i}$ $d:=3-5\cdot \boldsymbol{i}$ ▸ $3-5\cdot \boldsymbol{i}$

Zwei typische komplexe Zahlen

$\boldsymbol{i}$ muss man bei den Sonderzeichen holen, einfach kursiv reicht nicht.

$c+d$ ▸ 6 **reell, c und d heißen konjugiert komplex, da sie sich nur durch das Vorzeochen des Imaginärteiles unterscheiden,**

Das polynom. das c und d als Nullstellen hat, ist $(x-\mathbf{c})\cdot(x-\mathbf{d})$ ▸ $x^2-6\cdot x+34$

$\text{solve}(x^2-6\cdot x+34=0,x)$ ▸ false

Das geht nicht, da sie Nulstellen echt komplex sind. csolve muss man nehmen:

$\text{cSolve}(x^2-6\cdot x+34=0,x)$
▸ $x=3+5\cdot \boldsymbol{i}$ or $x=3-5\cdot \boldsymbol{i}$

$\text{solve}(x^2-6\cdot x+5=0,x)$ ▸ $x=1$ or $x=5$

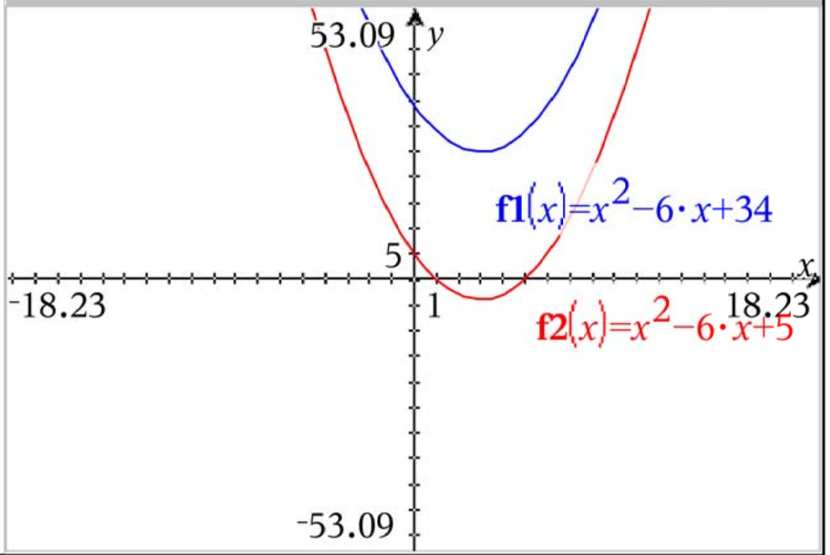
$\text{solve}(x^2-6\cdot x+34=0,x)$ ▸ false

Die blaue Parabel hat keine reelle Niullstelle.

$\text{csolve}(x^2-6\cdot x+5=0,x)$ ▸ $x=1$ or $x=5$

$\text{csolve}(x^2-6\cdot x+34=0,x)$
▸ $x=3+5\cdot \boldsymbol{i}$ or $x=3-5\cdot \boldsymbol{i}$

csolve ist also ein umfassenderer Befehl.



2.2

Notwendigkeit und Darstellung

$\text{cPolyRoots}(x^2-6\cdot x+34,x) \blacktriangleright \{3-5\cdot \boldsymbol{i},3+5\cdot \boldsymbol{i}\}$ Drei Arten, die komplexen Nullstellen

$\text{cSolve}(x^2-6\cdot x+34=0,x) \blacktriangleright x=3+5\cdot \boldsymbol{i} \text{ or } x=3-5\cdot \boldsymbol{i}$ zu bestimmen

$\text{cFactor}(x^2-6\cdot x+34) \blacktriangleright (x-(3-5\cdot \boldsymbol{i}))\cdot(x-(3+5\cdot \boldsymbol{i}))$

Suche im Katalog bei Zahl ----> Werkzeuge für komplexe Zahlen

$\text{conj}(3+5\cdot \boldsymbol{i}) \blacktriangleright 3-5\cdot \boldsymbol{i}$ Konjugiertkomplexe Zahl. Wurzeln von Polynomgleichungen, die nicht reell sind, sind stets solche paare konjugiert-komplexer Zahlen.

$\text{real}(3+5\cdot \boldsymbol{i}) \blacktriangleright 3$ Realteil $\text{imag}(3+5\cdot \boldsymbol{i}) \blacktriangleright 5$ Imaginärteil, er selbst!!! ist reell.

$\text{angle}(3+5\cdot \boldsymbol{i}) \blacktriangleright \frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ $\text{angle}(3+5\cdot \boldsymbol{i}) \blacktriangleright 1.03038$ $\frac{\text{angle}(3.+5\cdot \boldsymbol{i})}{1°} \blacktriangleright 59.0362$

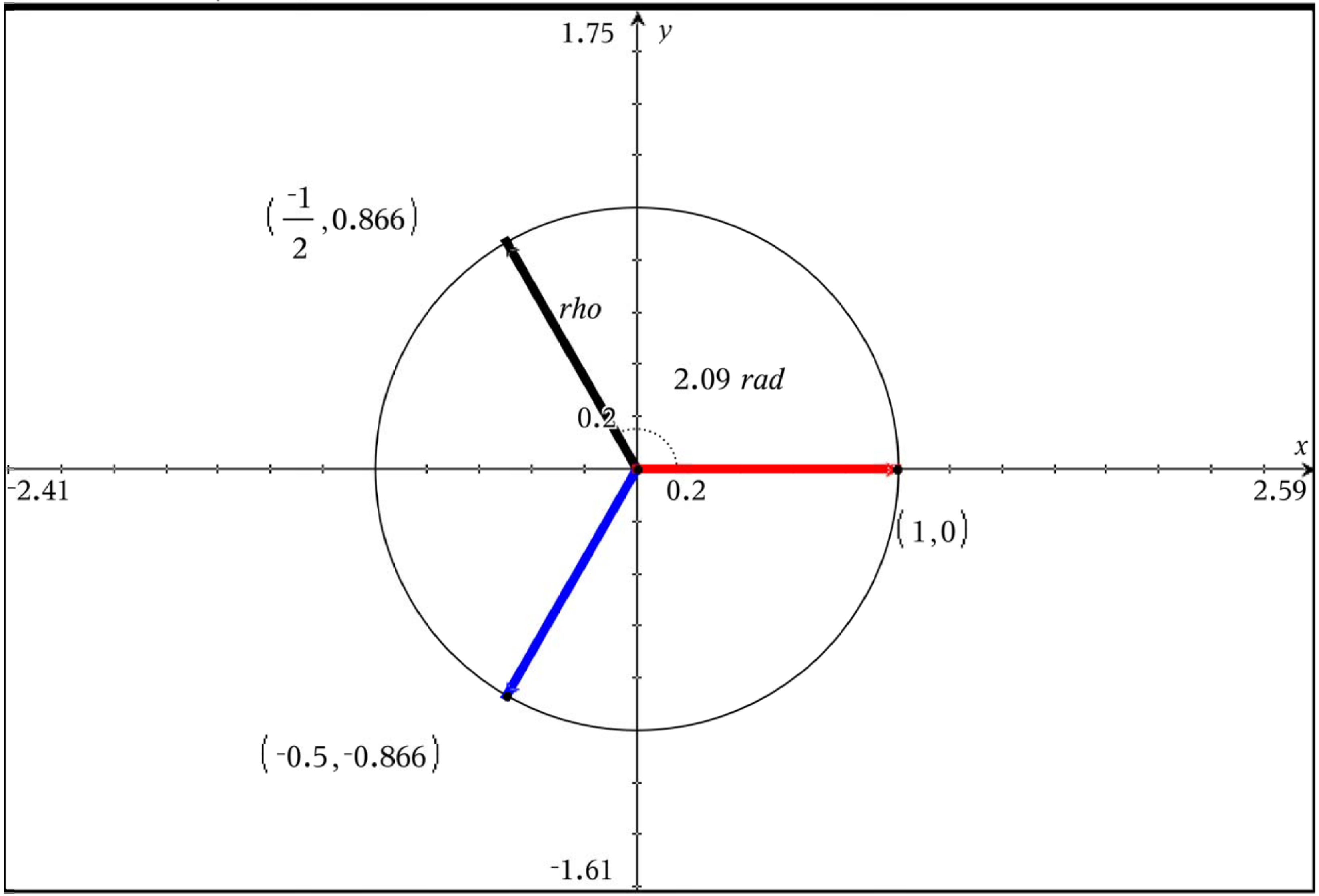
Der Polarwinkel dieser Zahl ist etwa 59°

$|3+5\cdot \boldsymbol{i}| \blacktriangleright \sqrt{34}$ Betrag, Polarradius, Abstand vom Ursprung, $\sqrt{3^2+5^2} \blacktriangleright \sqrt{34}$

$(3+5\cdot \boldsymbol{i})\blacktriangleright\text{Polar} \blacktriangleright \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{i}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)}\cdot\sqrt{17}\cdot\sqrt{2}$ $\left(\sqrt{34}\cdot \boldsymbol{e}^{\left(\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)\cdot \boldsymbol{i}}\right)\blacktriangleright\text{Rect} \blacktriangleright 3.+5.\cdot \boldsymbol{i}$

2.3

Einheitswurzeln, Spielwiese



3.1

Einheitswurzeln, Spielwiese

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \\ \frac{3^{\frac{5}{6}}}{2} & \frac{-3^{\frac{5}{6}}}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$aa:=(\text{list}\blacktriangleright\text{mat}(ll,3))^{\mathsf{T}}$

$$\begin{bmatrix} \frac{-3^{\frac{1}{3}}}{2} & \frac{3^{\frac{5}{6}}}{2} \\ \frac{-3^{\frac{1}{3}}}{2} & \frac{-3^{\frac{5}{6}}}{2} \\ 3^{\frac{1}{3}} & 0 \end{bmatrix}$$

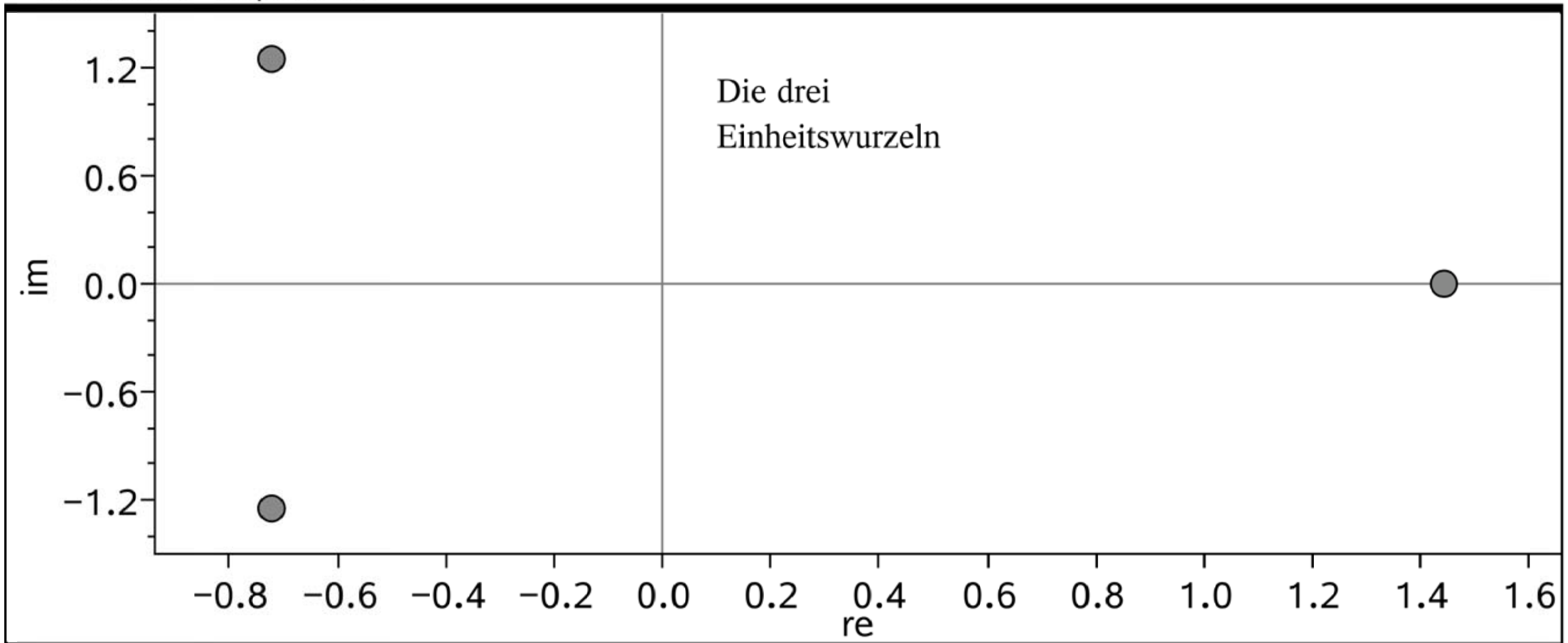
$\text{real}(lo)$

$$\left\{\frac{-3^{\frac{1}{3}}}{2},\frac{-3^{\frac{1}{3}}}{2},3^{\frac{1}{3}}\right\}$$

22/99

3.2

Einheitswurzeln, Spielwiese



	A re	B im	C	D	E	F	G	H	I
◆									
1	-3^(1/3)/2	3^(5/6)/2							
2	-3^(1/3)/2	-3^(5/6)/2							
3	3^(1/3)	0							

A1

3.3