

Einführungsspielereien

Komplexe Zahlen Haftendorn 2013
www.mathematik-verstehen.de Bereich Algebra -> Zahlraumbau -> Komplex
 $z = 2+5i \quad w = 4-2i \quad x = 4-2i$ Das i muss!!! man von den Sonderzeichen holen.
 Auch in der normalen Einstellung arbeitet der TI (CAS) richtig mit den komplexen Zahlen.
 $z \cdot w = (2+5i) \cdot (4-2i) = 8 - 2i + 20i - 10i^2 = 28 + 18i$
 $\frac{1}{z} = \frac{1}{2+5i} = \frac{2-5i}{(2+5i)(2-5i)} = \frac{2-5i}{29}$ Dies Ergebnis ist etwas verbüffelt, denn
 $(2+5i) \cdot \frac{2-5i}{29} = \frac{28+18i}{29}$ hat ja zunächst nicht diese Gestalt. Man erreicht diese Darstellung
 durch Erweitern mit $(2-5i)$ Dann wird der Nenner $2^2-25i^2 = 29$
 Polardarstellung: $r = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{29} \quad |z| = 5,38516$
 $\text{angle}(z) = 1,10029 \quad \text{wink} = \text{angle}(z) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) \quad \text{wink} \quad 1^{\circ} = 68,1986$
 $e^{i \cdot \text{wink}} = e^{i \cdot \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{2-5i}{\sqrt{29}}$
 $e^{i \cdot \text{wink}} = e^{i \cdot \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{2-5i}{\sqrt{29}} \quad e^{i \cdot \text{wink}} = e^{i \cdot \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{2-5i}{\sqrt{29}}$
 $\frac{1}{z} = \frac{1}{2+5i} = \frac{2-5i}{29} = \frac{2}{29} - \frac{5}{29}i \quad 1/z$ hat den negativen Winkel und den Kehrwert des Betrages.

1.1

Notwendigkeit und Darstellung

$z = (0,768, 3,09)$
 $w = (1,76, 3,95)$
 $s = (0,994, 0,862)$
 $p = (-1,9, 3,73)$

Summe und Produkt in der Gaußschen Zahlenebene
 $z \cdot w = 0,768056 + 3,0874i \quad w \cdot z = 0,99423 + 0,861769i \quad \text{Werte von oben!!!!}$
 $z \cdot w = 0,768056 + 3,0874i \quad w \cdot z = 0,99423 + 0,861769i$
 $z \cdot w = 1,76229 + 3,94917i \quad \text{sr} = \text{real}(s) = 1,76229 \quad \text{si} = \text{imag}(s) = 3,94917$
 $p \cdot z = w = -1,897 + 3,73147i \quad \text{pr} = \text{real}(p) = -1,897 \quad \text{pi} = \text{imag}(p) = 3,73147$
 $z \cdot w = -1,897 + 3,73147i \quad w \cdot z = -1,897 + 3,73147i$
 $z^2 = -8,94212 + 4,74259i$

2.1

Notwendigkeit und Darstellung

Komplexe Zahlen Haftendorn 2013
 $c = 3+5i \quad d = 3+5i \quad d = 3-5i \quad f = 3-5i$
 Zwei typische komplexe Zahlen
 f muss man bei den Sonderzeichen holen, einfach kursiv reicht nicht.
 $c \cdot d = 6$ reell, c und d heißen konjugiert komplex, da sie sich nur durch das Vorzeichen des Imaginärteils unterscheiden.
 Das polynom, das c und d als Nullstellen hat, ist $(x-c)(x-d) = x^2 - 6x + 34$
 $\text{solve}(x^2 - 6x + 34 = 0, x) = \text{false}$
 Das geht nicht, da sie Nullstellen echt komplex sind, $c \cdot \text{solve}$ muss man nehmen:
 $c \cdot \text{solve}(x^2 - 6x + 34 = 0, x) = x = 3+5i \text{ or } x = 3-5i$

$\text{solve}(x^2 - 6x + 5 = 0, x) = x = 1 \text{ or } x = 5$
 $\text{solve}(x^2 - 6x + 34 = 0, x) = \text{false}$
 $\text{solve}(x^2 - 6x + 5 = 0, x) = x = 1 \text{ or } x = 5$
 $\text{solve}(x^2 - 6x + 34 = 0, x) = \text{false}$
 $\text{solve}(x^2 - 6x + 34 = 0, x) = x = 3+5i \text{ or } x = 3-5i$
 solve ist also ein umfassenderer Befehl.

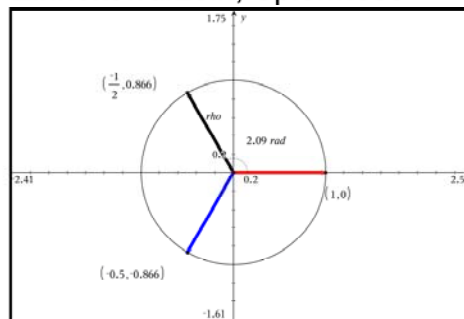
2.2

Notwendigkeit und Darstellung

$\text{cPolyRoots}(x^2 - 6x + 34, x) = \{3-5i, 3+5i\}$ Drei Arten, die komplexen Nullstellen
 $\text{cSolve}(x^2 - 6x + 34 = 0, x) = 3+5i \text{ or } x = 3-5i$ zu bestimmen
 $\text{cFactor}(x^2 - 6x + 34) = (x - (3-5i)) \cdot (x - (3+5i))$
 Suche im Katalog bei Zahl ----> Werkzeuge für komplexe Zahlen
 $\text{conj}(3+5i) = 3-5i$ Konjugiertkomplexe Zahl, Wurzeln von Polynomgleichungen, die nicht reell sind, sind stets solche paar konjugiert-komplexer Zahlen.
 $\text{real}(3+5i) = 3$ Realteil $\text{imag}(3+5i) = 5$ Imaginärteil, er selbst!!! ist reell.
 $\text{angle}(3+5i) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \quad \text{angle}(3+5i) = 1,10308 \quad \text{angle}(3+5i) = \frac{\pi}{2} - 59,0362$
 Der Polariswinkel dieser Zahl ist etwa 59°
 $|3+5i| = \sqrt{34}$ Betrag, Polarradius, Abstand vom Ursprung, $\sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}$
 $(3+5i) \text{ Polar} = e^{i \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{34} \cdot e^{i \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)}$

2.3

Einheitswurzeln, Spielweise



3.1

Einheitswurzeln, Spielweise

$\text{arg} = (\text{list}(\text{mat}(t,3)))^{\circ}$

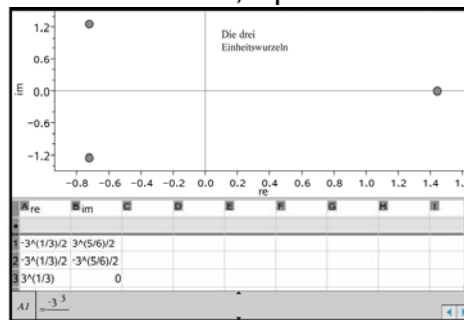
$\frac{5}{3^6}$	$\frac{5}{-3^6}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	
$\frac{-3^3}{2}$	$\frac{3^6}{2}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	
$\frac{-3^3}{2}$	$\frac{-3^6}{2}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3^3}$	0

$\text{real}(t_0)$

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{-3^3}{2}$	$\frac{-3^3}{2}$	$\frac{-3^3}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

3.2

Einheitswurzeln, Spielweise



3.3