Lineare Algebra Eigenwerte und Eigenvektoren

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, 6. Januar 2006

Ein Vektor heißt Eigenvektor einer Matrix, wenn gilt: $\left\| A\vec{v} = \lambda\vec{v} \right\|$

λ heißt dann Eigenwert. zu $\vec{v}$.

$\Leftrightarrow (A - \lambda E)\vec{v} = 0$

Spiegelung an der Ursprungs-Geraden y=m x

```
• gw:=arctan(m);
```

arctan(m)

```
• Spm:=Dr(gw)*Spx*Dr(-gw)
```

Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ Spiegelung an x-Achse

Dr(φ) Drehmatrix um φ

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{m^2+1} - \frac{m^2}{m^2+1} & \frac{2\cdot m}{m^2+1} \\ \frac{2\cdot m}{m^2+1} & \frac{m^2}{m^2+1} - \frac{1}{m^2+1} \end{pmatrix}$$

Schöne Idee und ein CAS macht die Arbeit.

$$Spm := \frac{1}{m^2+1}\begin{pmatrix} 1-m^2 & 2m \\ 2m & m^2-1 \end{pmatrix}$$

Spiegelungsmatrix an Gerade y=mx

```
• ev:=linalg::eigenvectors(A)
```

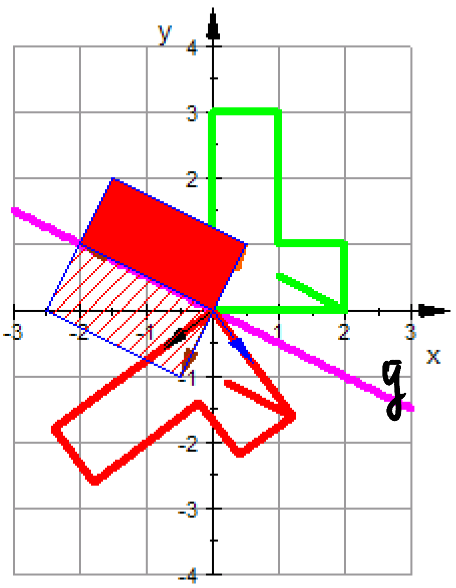
$$\left[\left[-1, 1, \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}\right]\right], \left[1, 1, \left[\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right]\right]\right]$$

hier für $m = -\frac{1}{2}$

Spiegelt $\perp g$ Fix $\parallel g$

Vorn stehen die Eigenwerte mit ihrer Vielfachheit
Hinten die Eigenvektoren.

Die Eigenvektoren zeigen Fixgeraden zu $\lambda = -1$ und Fixpunktgeraden zu $\lambda = 1$



Alle Achsenspiegelungen haben die Eigenwerte -1 und 1.

Es gilt det(Spm) = -1.

zu Datei 7