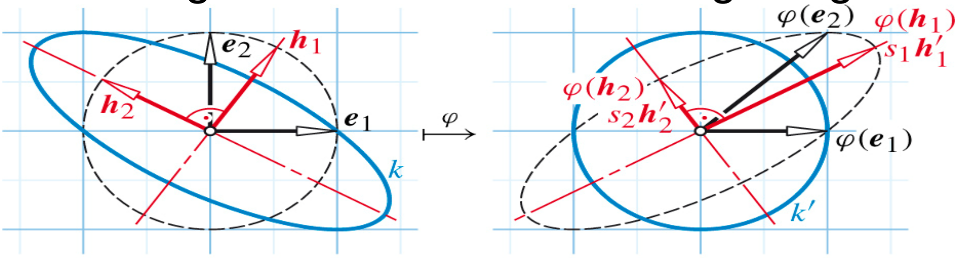
Abbildungen: besondere Scherung mit goldenem Schnitt.

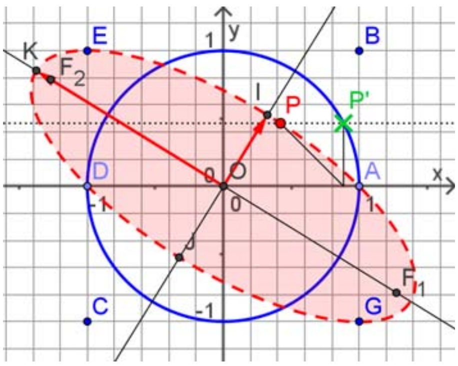


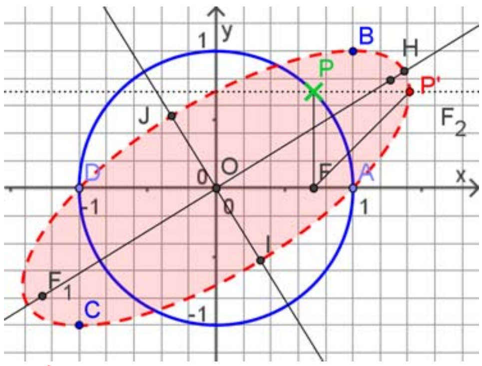
Aus: Arens et al., *Mathematik,* ISBN: 978-3-8274-1758-9

Arens / 718

- e: $0.71x^2 + 1.42x\,y + 1.42y^2 = 0.71$ g: $0.91x^2 - 1.83x\,y + 1.83y^2 = 0.91$

$$x^2 + 2\,x\,y + 2y^2 = 1 \qquad\qquad x^2 - 2\,x\,y + 2y^2 = 1$$





$p' = Ap$ soll $\downarrow$ $A = \begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$ $p' = Ap$ $A^{-1}p' = p$ $p^T = p'^T A^{-1T}$

$\|p'\| = p^T \underbrace{A^T A} p = 1$ Ek kreis $p^T E p = 1$ $p'^T \underbrace{A^{-1T} A^{-1}} p' = 1$

Quadrik $p^T S p = 1$ Urbild ↳ Bild-Quadrik $p'^T Q p' = 1$

$S = \begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$ S und Q sind symmetrisch $Q = \begin{pmatrix}1&-1\\-1&2\end{pmatrix}$ A^{-1} soll existieren

wegen $(A^T A)^T = A^T A^{TT} = A^T A$ entspr. $(A^{-1T} A^{-1})^T = A^{-1T} A^{-1}$

darum existieren reelle Eigenwerte, Q muss als Bild vom Ek eine Ellipse sein.

Ebenso muss S eine Ellipse sein

Das Folgende gilt vermutlich nur in diesem Beispiel

Die beiden Ellipsen sind Spiegelbilder voneinander bei Spiegelung an der x-Achse, in diesem Bspl. $B = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix} = B^T = B^{-1}$ ist diese Spiegelung

Es ist $p' = Bp$, $B^T p' = p$ $p^T = p'^T B$

Also wird aus $p^T S p = 1$ nun $p'^T B S B^T p' = p'^T Q p' = 1$

linke Ellipse rechte Ellipse

Also $B S B^T = Q$ und $B^T Q B = S$ hier gültig.

Eigenwerte von Q $\lambda_1 = \varphi^2$, $\lambda_2 = \Phi^2$ $ev_1 = \binom{1}{\varphi}$ $ev_2 = \binom{1}{-\Phi}$

Eigenwerte von S $\lambda_1 = \varphi^2$ $\lambda_2 = \Phi^2$ $es_1 = \binom{1}{-\varphi}$ $es_2 = \binom{1}{\Phi}$

Beweis des Zusammenhangs

$v := B^T ev_1$ $Sv = B^T Q B \cdot B^T ev_1 = B^T Q ev_1 = \varphi^2 B^T ev_1 = \varphi^2 v$

Damit ist v, der gespiegelte Eigenvektor von Q, Eigenvektor von S zu demselben Eigenwert $v = es_1$, ebenso für es_2.