Kegelschnitte Konstruktion rückwärts 2d

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 4, Juli 07 Update 11.07.07
Web: http://haftendorn.uni-lueneburg.de www.mathematik-verstehen.de

##

Mit Konstruktion einer anderenLage, Sammlung guter Beispiele, unten

----

```
E2:=matrix([[1,0],[0,1]])
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Gewünschte orthogonale EV

```
//v1:=matrix([1,2]);
//v2:=matrix([-2,1]);
```

```
v1:=matrix([3,-1]);
v2:=matrix([1,3]);  //selbst aufpassen, dass dieser orthogonal ist.
linalg::scalarProduct(v1,v2)
```

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$0$$

```
v1n:=linalg::normalize(v1):
v2n:=linalg::normalize(v2):
Pv:=v1n.v2n
```

$$\begin{pmatrix} \frac{3\cdot\sqrt{10}}{10} & \frac{\sqrt{10}}{10} \\ -\frac{\sqrt{10}}{10} & \frac{3\cdot\sqrt{10}}{10} \end{pmatrix}$$

```
simplify(linalg::det(Pv))
```

$$1$$

Sollte diese Determinante kann -1 sein, vertauscht man besser die EV, da sonst später außer
einer Drehung noch eine Spigelung im Spiel ist.

```
Ptv:=linalg::transpose(Pv)
```

$$\begin{pmatrix} \frac{3\cdot\sqrt{10}}{10} & -\frac{\sqrt{10}}{10} \\ \frac{\sqrt{10}}{10} & \frac{3\cdot\sqrt{10}}{10} \end{pmatrix}$$

```
kv1:=3: kv2:=2:  // freie Wahl der EW, verschieden
//kv1:=1: kv2:=kv1   // freie Wahl des dopp. EW
//trivial, zentrische Streckung
Dewv:=matrix([[kv1,0],[0,kv2]])
```

```
Dewv:=matrix([[kv1,0],[0,kv2]])
```

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

```
A:=Simplify(Pv*Dewv*Ptv);
5*Pv*Dewv*Ptv
```

$$\begin{pmatrix} \frac{29}{10} & -\frac{3}{10} \\ -\frac{3}{10} & \frac{21}{10} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{29}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{21}{2} \end{pmatrix}$$

```
amke:={A-kv1*E2, A-kv2*E2} //Verwendung bei Berechnung es EV
```

$$\left\{ \begin{pmatrix} -\frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \\ -\frac{3}{10} & -\frac{9}{10} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{9}{10} & -\frac{3}{10} \\ -\frac{3}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix} \right\}$$

```
Simplify(map(amke,linalg::det))  //Probe
```

$$\{0\}$$

```
evli:=linalg::eigenvectors(A) //Probe, was MuPAD liefert
```

$$\left[\left[2, 1, \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right], \left[3, 1, \left[\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right] \right]$$

Herausgreifen der EigenWerte ki und der Eigenvektoren evi
##

Gehe zum passenden Fall

Anpassen wegen der Vielfachheiten Fall1 Zwei verschiedene EW

```
k1 :=evli[1][1];  k2 :=evli[2][1];
ev1:=evli[1][3][1];
ev2:=evli[2][3][1];
```

$$2$$

$$3$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$


```
linalg::det(ev1.ev2)
```

$$\frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3}$$

##

Herausgreifen der EigenWerte ki und der Eigenvektoren evi

Anpassen wegen der Vielfachheiten Fall 2 ein doppelter EW.
Zentrische Steckung

```
//k1 :=evli[1][1];  k2 :=evli[1][1];
//ev1:=evli[1][3][1];ev2:=evli[1][3][2];
```

$$2$$

$$2$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

##

Konstruktion einer anderen Lage

```
p:=matrix([x,y]): pt:=linalg::transpose(p)
```

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$$

Erfindung des Mittelpunktes für das Urbild

```
m:=matrix([-4,3]); mt:=linalg::transpose(m)  ;
```

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 \end{pmatrix}$$

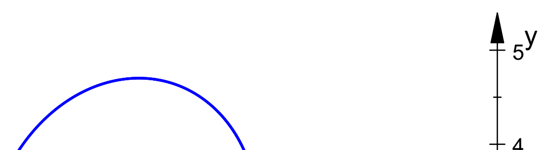
Konstruktion ein schönen Quadrik-Gleichung

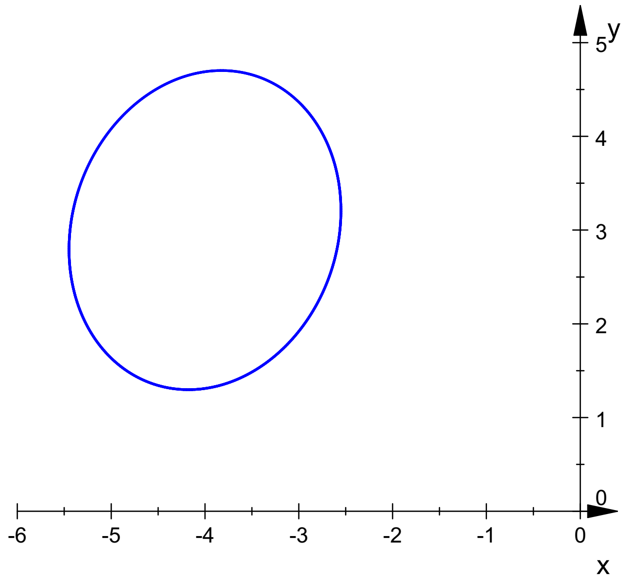
```
d:=-kv1*kv2;  // das ist nicht nötig aber praktisch
Keg1:=10*expand((pt-mt)*A*(p-m)+d);
```

$$-6$$

$$\begin{pmatrix} 29 \cdot x^2 - x \cdot y \cdot 6 + 250 \cdot x + 21 \cdot y^2 - y \cdot 150 + 665 \end{pmatrix}$$

```
Keg1p:=plot::Implicit2d(Keg1[1]=0,x=-6..0,y=0..5):
plot(Keg1p,Scaling=Constrained):
```



##
#

Sammlung guter Beispiele,

```
v1:=matrix([1,2]);
v2:=matrix([-2,1]);  //selbst aufpassen, dass dieser
orthogonal ist.
```

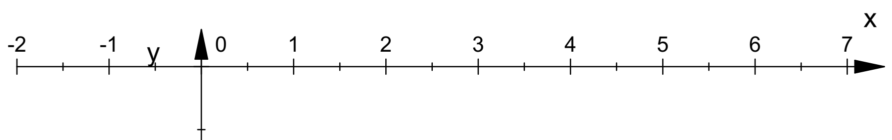
Ellipse

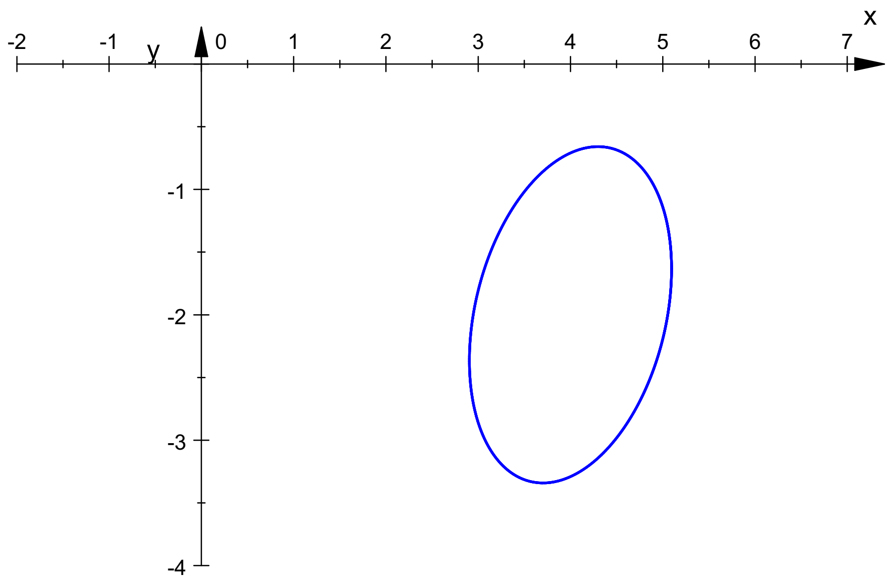
```
kv1:=1: kv2:=2:   // freie Wahl der EW, verschieden
Keg1:=matrix([[9*x^2 - 4*x*y - 80*x + 6*y^2 + 40*y +
190]])
```

$$\left(9\cdot x^2 - x\cdot y\cdot 4 - x\cdot 80 + 6\cdot y^2 + 40\cdot y + 190\right)$$

```
m:=matrix([4,-2]);
Keg1p:=plot::Implicit2d(Keg1[1]=0,x=-2..7,y=-4..0):
plot(Keg1p):
```

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$





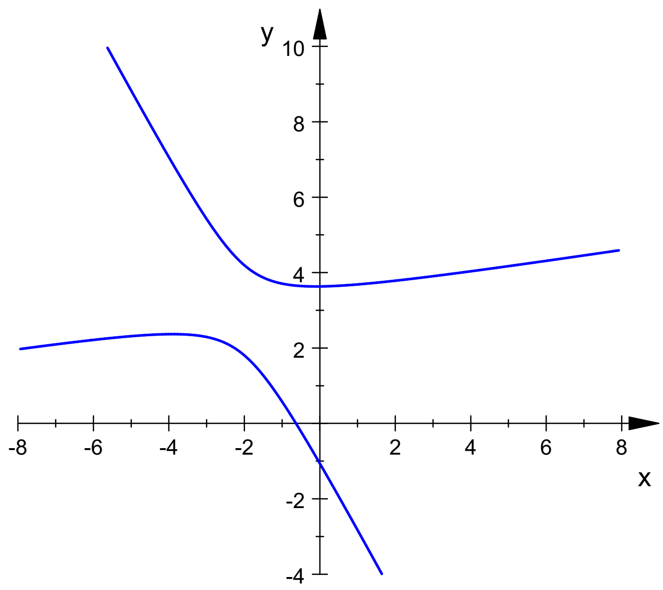
Hyperbel

```
d:=-kv1*kv2;  // das ist nicht nötig aber praktisch
Keg2:=5*expand((pt-mt)*A*(p-m)+d);
```

$$2$$

$$\left(2 \cdot x^2 - x \cdot y \cdot 12 + 44 \cdot x - y^2 \cdot 7 + 18 \cdot y + 27 \right)$$

```
Keg2p:=plot::Implicit2d(Keg2[1]=0,x=-8..8,y=-4..10):
plot(Keg1p,Scaling=Constrained):
```



Parabel Beispiel 1

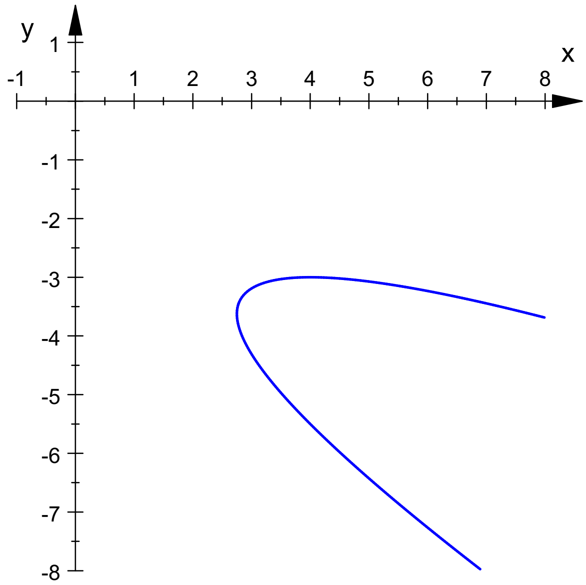
```
Keg5:=matrix([[x^2 + 4*x*y + 4*x + 4*y^2 + 18*y + 34]]);
```

$$\left(x^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot x + 4 \cdot y^2 + 18 \cdot y + 34 \right)$$


```
Keg5p:=plot::Implicit2d(Keg5[1]=0,x=-1..8,y=-8..1):

plot(Keg5p,Scaling=Constrained):
```

```
plot(Keg5p,Scaling=Constrained):
```

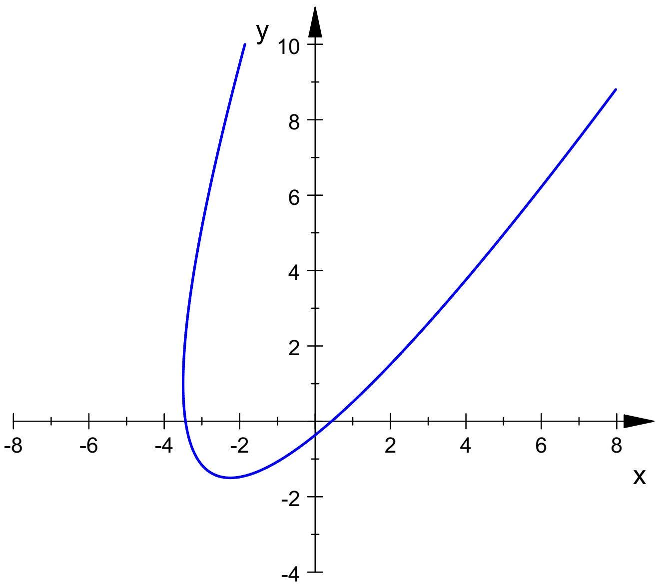


Parabel Beispiel 2

```
Keg3:=matrix([[8*x^2 - 8*x*y + 24*x + 2*y^2 - 32*y -
12]])
```

$$\left(8 \cdot x^2 - x \cdot y \cdot 8 + 24 \cdot x + 2 \cdot y^2 - y \cdot 32 - 12 \right)$$

```
Keg3p:=plot::Implicit2d(Keg3[1]=0,x=-8..8,y=-4..10):
plot(Keg3p,Scaling=Constrained):
```



Weitere Ellipse, dann als Einführung genommen

```
v1:=matrix([3,-1]);
v2:=matrix([1,3]);
```

```
kv1:=3: kv2:=2:   // freie Wahl der EW, verschieden
Keg4:=matrix([[29*x^2 - 6*x*y + 250*x + 21*y^2 - 150*y +
665]])
```


$$\left(29 \cdot x^2 - x \cdot y \cdot 6 + 250 \cdot x + 21 \cdot y^2 - y \cdot 150 + 665 \right)$$

$$\left(29 \cdot x^2 - x \cdot y \cdot 6 + 250 \cdot x + 21 \cdot y^2 - y \cdot 150 + 665 \right)$$

```
Keg4p:=plot::Implicit2d(Keg4[1]=0,x=-6..0,y=0..5):
plot(Keg4p,Scaling=Constrained):
```