Affine Abbildungen, Grundlage

Affine Abbildungen www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2012

Definition: Gegeben sei ein m-dimensionaler Vektorraum VR_m über einem Körper K.

Dann wird mit einer **nxm-Matrix A** mit Elementen aus K eine **lineare Abbildung** in einen n-dimensionalen VR_n definiert durch: $v\_:=A\cdot v.$

Handelt es sich um eine Abbildung eine Vektorraumes in sich selbst, spricht man von **linearer Transformation.** Betrachtet die Vektoren in einem **Punktraum**, so kann noch eine Translation mit dem Vektor tr hinzukommen und die Abbildung

$p\_:=A\cdot v+tr$ heißt **affine Abbildung.** In geometrischer Deutung sind affine Abbildungen charakterisiert durch **Parallelentreue und Teilverhältnistreue.**

D.h. die Bilder von Parallelen sind wieder Parallelen und Teilungsverhältnisse im Bild sind die gleichen wie im Urbild. (Beweise auf den Vorlesungsfolien)

In diese Datei sind zunächst Urbild- und Bildraum der R^2. Weiter werden erste Schritte im R^3 gemacht. Projektionen sind hier die wichtigen Abbildungen von R^3 auf R^2.

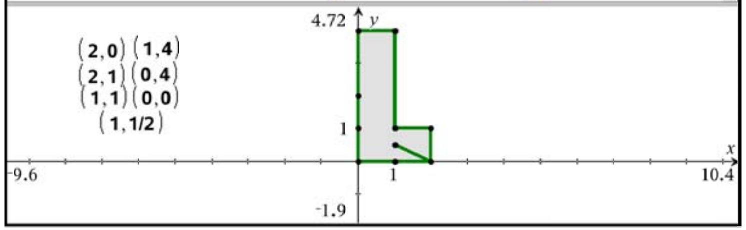
1.1

Es hat sich bewährt, beim Verstehen ein ungleichmäßiges L als Urbild zu betrachten und die Wirkung der Abbildung an der Verzerrung des L zu studieren.

p1x:=2 ▸ 2 p1y:=0 ▸ 0 p2x:=2 ▸ 2 p2y:=1 ▸ 1 p3x:=1 ▸ 1 p3y:=1 ▸ 1 p4x:=1 ▸ 1 p4y:=4 ▸ 4 p5x:=0 ▸ 0 p5y:=4 ▸ 4 p6x:=0 ▸ 0 p6y:=0 ▸ 0 p7x:=2 ▸ 2 p7y:=0 ▸ 0

p8x:=1 ▸ 1 p8y:= $\frac{1}{2}$ ▸ $\frac{1}{2}$

Urbild $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 4 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$



1.2

Abbildungsmatrix aa:= $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

myb:=aa· myur ▸ $\begin{bmatrix} 3 & \frac{7}{2} & 2 & \frac{7}{2} & 2 & 0 & 3 & \frac{7}{4} \\ 1 & \frac{7}{4} & \frac{5}{4} & \frac{7}{2} & 3 & 0 & 1 & \frac{7}{8} \end{bmatrix}$

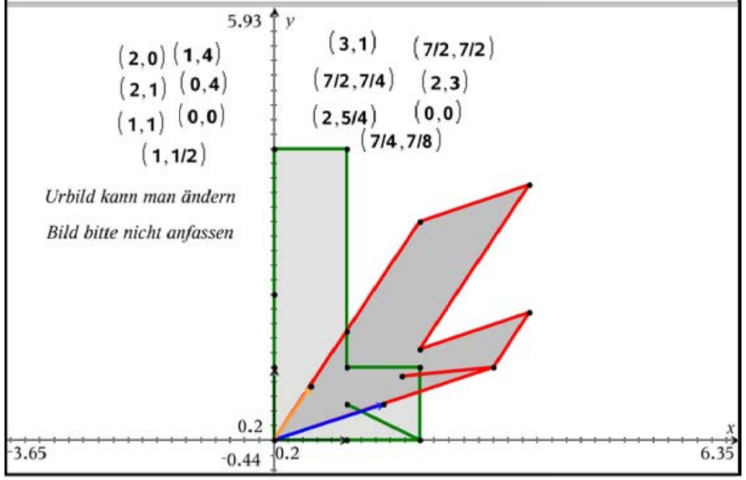
b1x:=myb[1,1] ▸ 3 b1y:=myb[2,1] ▸ 1 b2x:=myb[1,2] ▸ $\frac{7}{2}$ b2y:=myb[2,2] ▸ $\frac{7}{4}$

b3x:=myb[1,3] ▸ 2 b3y:=myb[2,3] ▸ $\frac{5}{4}$ b4x:=myb[1,4] ▸ $\frac{7}{2}$ b4y:=myb[2,4] ▸ $\frac{7}{2}$

b5x:=myb[1,5] ▸ 2 b5y:=myb[2,5] ▸ 3 b6x:=myb[1,6] ▸ 0 b6y:=myb[2,6] ▸ 0

b7x:=myb[1,7] ▸ 3 b7y:=myb[2,7] ▸ 1 b8x:=myb[1,8] ▸ $\frac{7}{4}$ b8y:=myb[2,8] ▸ $\frac{7}{8}$

1.3



1.4