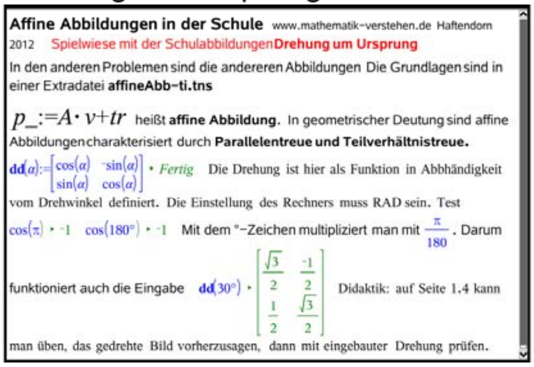
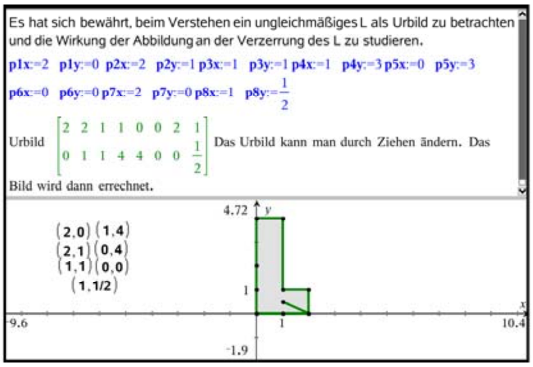
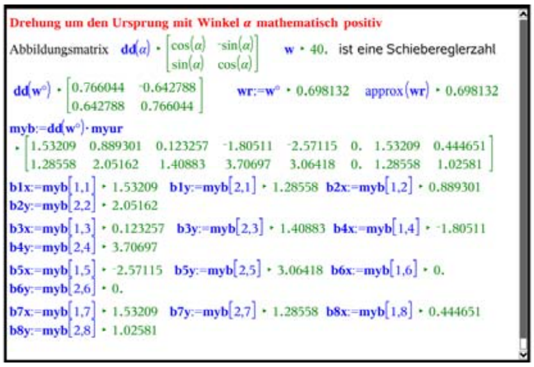
Drehung um Ursprung



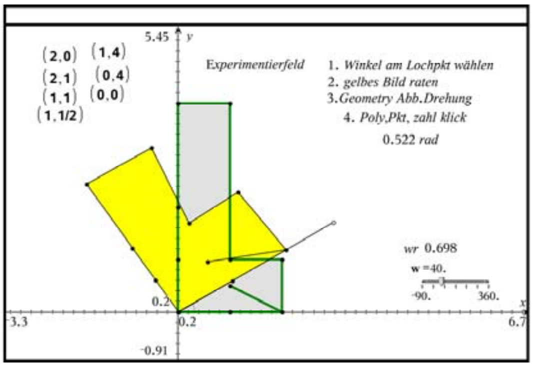
1.1



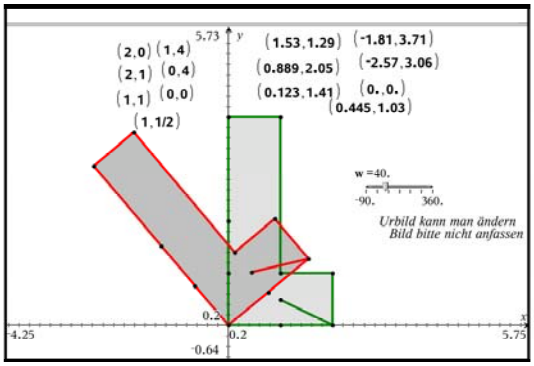
1.2



1.3

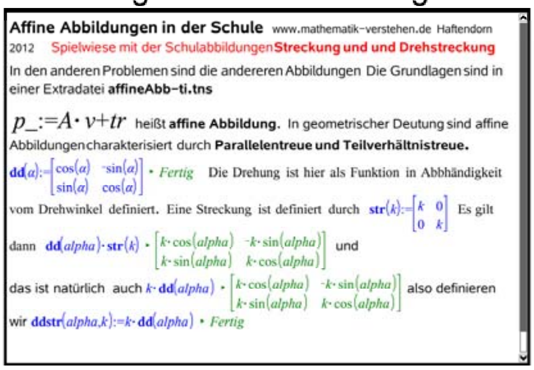


1.4

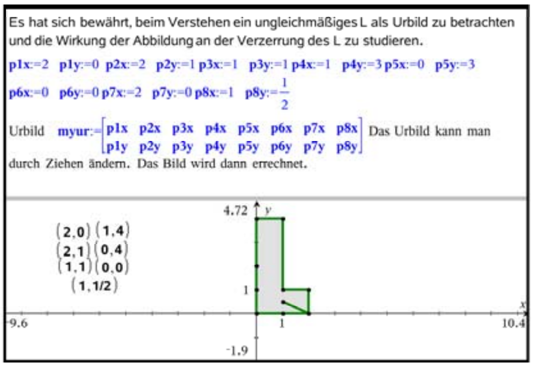


1.5

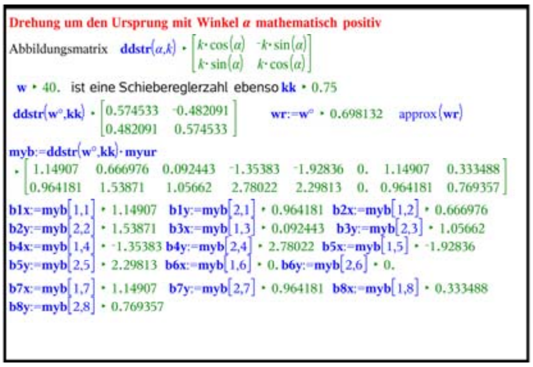
Streckung und Drehstreckung



2.1



2.2



Drehung um den Ursprung mit Winkel α mathematisch positiv

Abbildungsmatrix $ddstr(\alpha,k) \cdot \begin{bmatrix} k\cdot\cos(\alpha) & -k\cdot\sin(\alpha) \\ k\cdot\sin(\alpha) & k\cdot\cos(\alpha) \end{bmatrix}$

w • 40. ist eine Schiebereglerzahl ebenso kk • 0.75

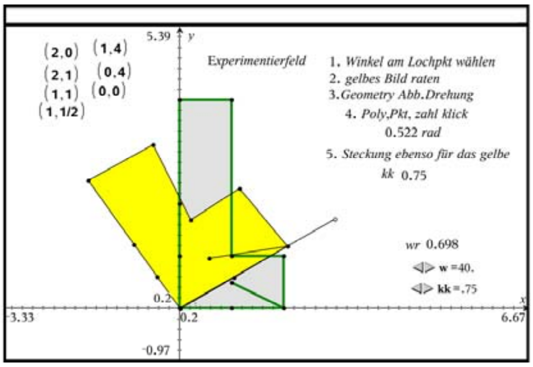
$ddstr(w°,kk) \cdot \begin{bmatrix} 0.574533 & -0.482091 \\ 0.482091 & 0.574533 \end{bmatrix}$ wr:=w° • 0.698132 approx(wr)

myb:=ddstr(w°,kk)·myur

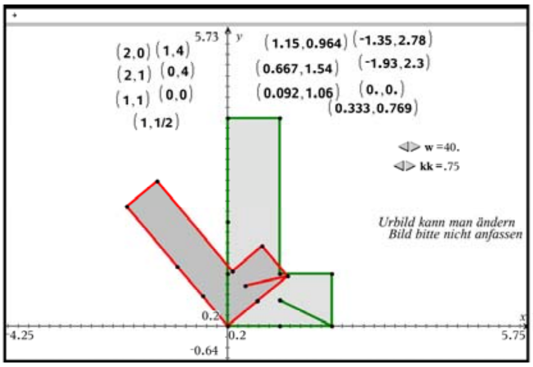
$\cdot \begin{bmatrix} 1.14907 & 0.666976 & 0.092443 & -1.35383 & -1.92836 & 0. & 1.14907 & 0.333488 \\ 0.964181 & 1.53871 & 1.05662 & 2.78022 & 2.29813 & 0. & 0.964181 & 0.769357 \end{bmatrix}$

b1x:=myb[1,1] • 1.14907 b1y:=myb[2,1] • 0.964181 b2x:=myb[1,2] • 0.666976
b2y:=myb[2,2] • 1.53871 b3x:=myb[1,3] • 0.092443 b3y:=myb[2,3] • 1.05662
b4x:=myb[1,4] • -1.35383 b4y:=myb[2,4] • 2.78022 b5x:=myb[1,5] • -1.92836
b5y:=myb[2,5] • 2.29813 b6x:=myb[1,6] • 0. b6y:=myb[2,6] • 0.
b7x:=myb[1,7] • 1.14907 b7y:=myb[2,7] • 0.964181 b8x:=myb[1,8] • 0.333488
b8y:=myb[2,8] • 0.769357

2.3

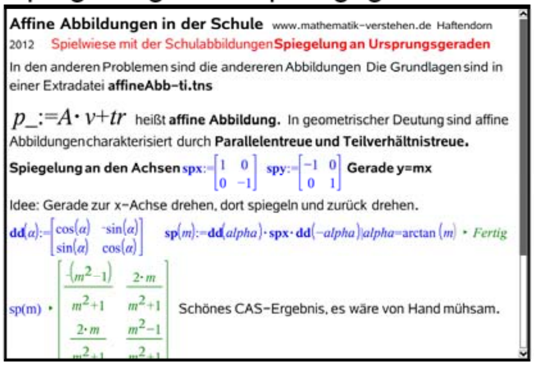


2.4



2.5

Spiegelung an Ursprungsgeraden



Affine Abbildungen in der Schule www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2012 Spielwiese mit der Schulabbildungen **Spiegelung an Ursprungsgeraden**

In den anderen Problemen sind die andereren Abbildungen Die Grundlagen sind in einer Extradatei **affineAbb-ti.tns**

$p\_:=A\cdot v+tr$ heißt **affine Abbildung.** In geometrischer Deutung sind affine Abbildungen charakterisiert durch **Parallelentreue und Teilverhältnistreue.**

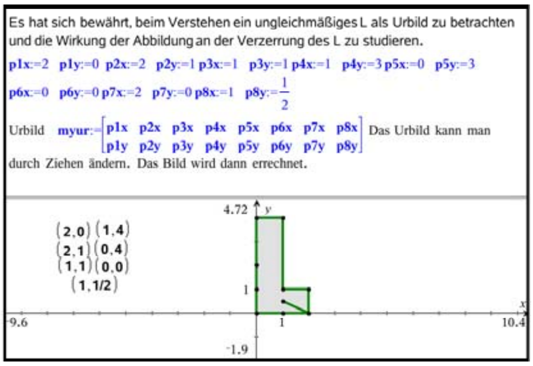
Spiegelung an den Achsen $spx:=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $spy:=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ **Gerade y=mx**

Idee: Gerade zur x-Achse drehen, dort spiegeln und zurück drehen.

$dd(\alpha):=\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$ sp(m):=dd(alpha)·spx·dd(-alpha)|alpha=arctan(m) • Fertig

$sp(m) \cdot \begin{bmatrix} \frac{-(m^2-1)}{m^2+1} & \frac{2\cdot m}{m^2+1} \\ \frac{2\cdot m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{m^2+1} \end{bmatrix}$ Schönes CAS-Ergebnis, es wäre von Hand mühsam.

3.1

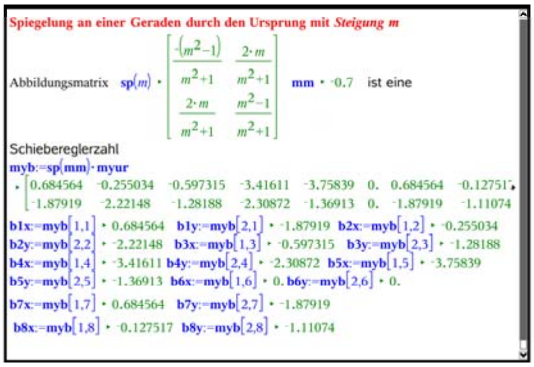


Es hat sich bewährt, beim Verstehen ein ungleichmäßiges L als Urbild zu betrachten und die Wirkung der Abbildung an der Verzerrung des L zu studieren.

p1x:=2 p1y:=0 p2x:=2 p2y:=1 p3x:=1 p3y:=1 p4x:=1 p4y:=3 p5x:=0 p5y:=3
p6x:=0 p6y:=0 p7x:=2 p7y:=0 p8x:=1 p8y:=$\frac{1}{2}$

Urbild $myur:=\begin{bmatrix} p1x & p2x & p3x & p4x & p5x & p6x & p7x & p8x \\ p1y & p2y & p3y & p4y & p5y & p6y & p7y & p8y \end{bmatrix}$ Das Urbild kann man durch Ziehen ändern. Das Bild wird dann errechnet.

3.2



Spiegelung an einer Geraden durch den Ursprung mit *Steigung m*

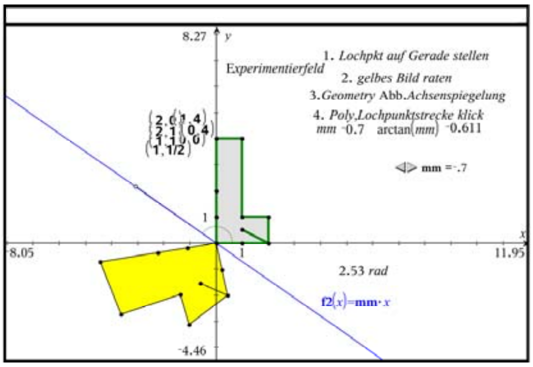
Abbildungsmatrix $sp(m) \cdot \begin{bmatrix} \frac{-(m^2-1)}{m^2+1} & \frac{2\cdot m}{m^2+1} \\ \frac{2\cdot m}{m^2+1} & \frac{m^2-1}{m^2+1} \end{bmatrix}$ mm • -0.7 ist eine Schiebereglerzahl

myb:=sp(mm)·myur

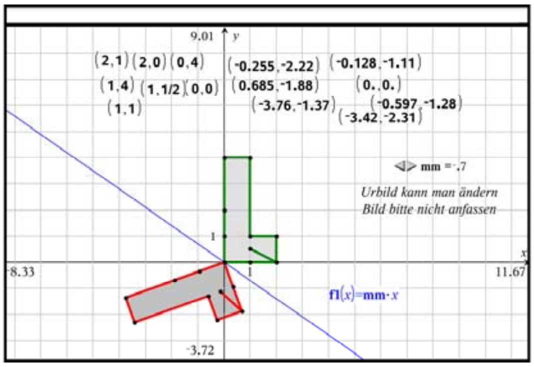
$\cdot \begin{bmatrix} 0.684564 & -0.255034 & -0.597315 & -3.41611 & -3.75839 & 0. & 0.684564 & -0.127517 \\ -1.87919 & -2.22148 & -1.28188 & -2.30872 & -1.36913 & 0. & -1.87919 & -1.11074 \end{bmatrix}$

b1x:=myb[1,1] • 0.684564 b1y:=myb[2,1] • -1.87919 b2x:=myb[1,2] • -0.255034
b2y:=myb[2,2] • -2.22148 b3x:=myb[1,3] • -0.597315 b3y:=myb[2,3] • -1.28188
b4x:=myb[1,4] • -3.41611 b4y:=myb[2,4] • -2.30872 b5x:=myb[1,5] • -3.75839
b5y:=myb[2,5] • -1.36913 b6x:=myb[1,6] • 0. b6y:=myb[2,6] • 0.
b7x:=myb[1,7] • 0.684564 b7y:=myb[2,7] • -1.87919
b8x:=myb[1,8] • -0.127517 b8y:=myb[2,8] • -1.11074

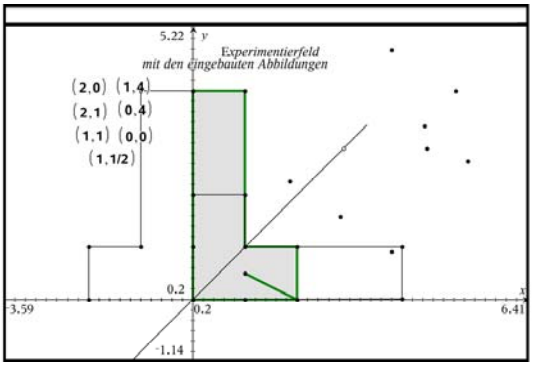
3.3



3.4

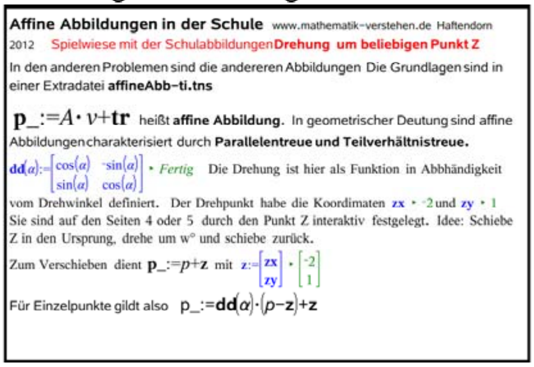


3.5



3.6

Drehung um beliebigen Punkt



Affine Abbildungen in der Schule www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2012 Spielwiese mit der Schulabbildungen **Drehung um beliebigen Punkt Z**

In den anderen Problemen sind die andereren Abbildungen Die Grundlagen sind in einer Extradatei **affineAbb-ti.tns**

$p\_:=A\cdot v+tr$ heißt **affine Abbildung.** In geometrischer Deutung sind affine Abbildungen charakterisiert durch **Parallelentreue und Teilverhältnistreue.**

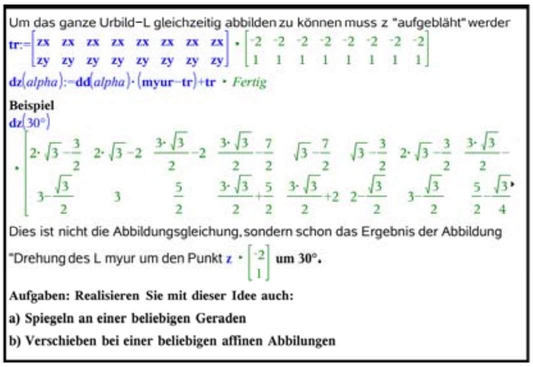
$dd(\alpha):=\begin{bmatrix}\cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\end{bmatrix}$ ▸ Fertig Die Drehung ist hier als Funktion in Abbhändigkeit vom Drehwinkel definiert. Der Drehpunkt habe die Koordinaten zx ▸ -2 und zy ▸ 1

Sie sind auf den Seiten 4 oder 5 durch den Punkt Z interaktiv festgelegt. Idee: Schiebe Z in den Ursprung, drehe um w° und schiebe zurück.

Zum Verschieben dient $p\_:=p+z$ mit $z:=\begin{bmatrix}zx\\ zy\end{bmatrix}$ ▸ $\begin{bmatrix}-2\\ 1\end{bmatrix}$

Für Einzelpunkte gildt also $p\_:=dd(\alpha)\cdot(p-z)+z$

4.1



Um das ganze Urbild-L gleichzeitig abbilden zu können muss z "aufgebläht" werder

$tr:=\begin{bmatrix}zx & zx & zx & zx & zx & zx & zx & zx\\ zy & zy & zy & zy & zy & zy & zy & zy\end{bmatrix}$ ▸ $\begin{bmatrix}-2 & -2 & -2 & -2 & -2 & -2 & -2 & -2\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$

$dz(alpha):=dd(alpha)\cdot(myur-tr)+tr$ ▸ Fertig

Beispiel

$dz(30°)$

▸ $\begin{bmatrix}2\cdot\sqrt{3}-\frac{3}{2} & 2\cdot\sqrt{3}-2 & \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}-2 & \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}-\frac{7}{2} & \sqrt{3}-\frac{7}{2} & \sqrt{3}-\frac{3}{2} & 2\cdot\sqrt{3}-\frac{3}{2} & \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}-\\ 3-\frac{\sqrt{3}}{2} & 3 & \frac{5}{2} & \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2} & \frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}+2 & 2-\frac{\sqrt{3}}{2} & 3-\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{5}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}\end{bmatrix}$

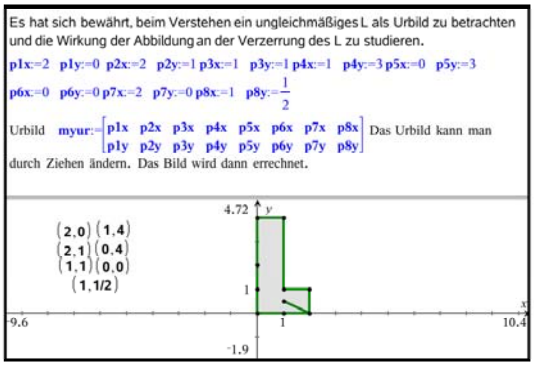
Dies ist nicht die Abbildungsgleichung, sondern schon das Ergebnis der Abbildung "Drehung des L myur um den Punkt z ▸ $\begin{bmatrix}-2\\ 1\end{bmatrix}$ **um 30°.**

Aufgaben: Realisieren Sie mit dieser Idee auch:

a) Spiegeln an einer beliebigen Geraden

b) Verschieben bei einer beliebigen affinen Abbilungen

4.2



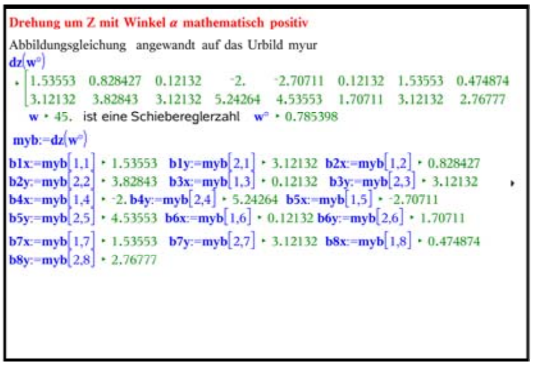
Es hat sich bewährt, beim Verstehen ein ungleichmäßiges L als Urbild zu betrachten und die Wirkung der Abbildung an der Verzerrung des L zu studieren.

$p1x:=2$ $p1y:=0$ $p2x:=2$ $p2y:=1$ $p3x:=1$ $p3y:=1$ $p4x:=1$ $p4y:=3$ $p5x:=0$ $p5y:=3$

$p6x:=0$ $p6y:=0$ $p7x:=2$ $p7y:=0$ $p8x:=1$ $p8y:=\frac{1}{2}$

Urbild $myur:=\begin{bmatrix}p1x & p2x & p3x & p4x & p5x & p6x & p7x & p8x\\ p1y & p2y & p3y & p4y & p5y & p6y & p7y & p8y\end{bmatrix}$ Das Urbild kann man durch Ziehen ändern. Das Bild wird dann errechnet.

4.3



Drehung um Z mit Winkel α mathematisch positiv

Abbildungsgleichung angewandt auf das Urbild myur

$dz(w°)$

▸ $\begin{bmatrix}1.53553 & 0.828427 & 0.12132 & -2. & -2.70711 & 0.12132 & 1.53553 & 0.474874\\ 3.12132 & 3.82843 & 3.12132 & 5.24264 & 4.53553 & 1.70711 & 3.12132 & 2.76777\end{bmatrix}$

w ▸ $45.$ ist eine Schiebereglerzahl $w°$ ▸ 0.785398

$myb:=dz(w°)$

$b1x:=myb[1,1]$ ▸ 1.53553 $b1y:=myb[2,1]$ ▸ 3.12132 $b2x:=myb[1,2]$ ▸ 0.828427

$b2y:=myb[2,2]$ ▸ 3.82843 $b3x:=myb[1,3]$ ▸ 0.12132 $b3y:=myb[2,3]$ ▸ 3.12132

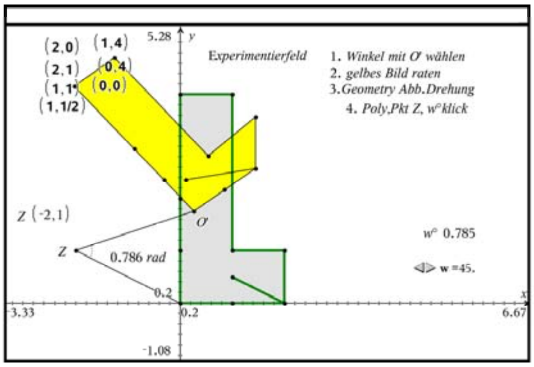
$b4x:=myb[1,4]$ ▸ $-2.$ $b4y:=myb[2,4]$ ▸ 5.24264 $b5x:=myb[1,5]$ ▸ -2.70711

$b5y:=myb[2,5]$ ▸ 4.53553 $b6x:=myb[1,6]$ ▸ 0.12132 $b6y:=myb[2,6]$ ▸ 1.70711

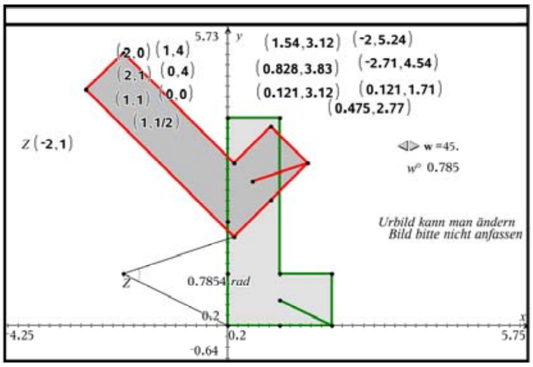
$b7x:=myb[1,7]$ ▸ 1.53553 $b7y:=myb[2,7]$ ▸ 3.12132 $b8x:=myb[1,8]$ ▸ 0.474874

$b8y:=myb[2,8]$ ▸ 2.76777

4.4



4.5



4.6