

Codification



Haydn: Streichquartett op 54.3 aus Largo, Violine I

1

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Codification

Die Bahn **DB** Bitte auf A4 ausdrucken

OnlineTicket

IC/EC Fahrkarte

Gültigkeit: Hin- und Rückfahrt ab 14.09.2007

Sparpreis 90 (Hin- und Rückfahrt)

Klasse: 1

Ein: 1

Hin- und Rückfahrt: Lüneburg → Barm, mit IC/EC

Rückfahrt: Barm → Lüneburg, mit IC/EC

Über: H: NY194-Harb 11:57 IC2029 R: BarmHbf 15:22 IC2004/MS-Hbf 17:55 IC194-Harb-Harb/W

DB: GR nur in gebuchten Zügen gültig. Bei im Abschnitt "Fahrkarte" angeg. Strecke u. Leistungen sowie im NV (2404/04) vermerkte den gebuchten Zügen. Besondere Konditionen für Umstausch/Erhebung beachten.

Zahlungspositionen und Preis

Kontostellung		Positionen	
Betrag	EUR 118,00	Fahrkarte Hin- und Rückfahrt	1 EUR 113,00
Datum	11.09.2007	Reservierung Gebühr	1 EUR 1,50
Transaktionsjahr	2006/07	Reservierungs-Rückfahrt	2 EUR 2,50
UStNr	420509019	Betrag	EUR 118,00
Gen-Nr	29428	Enthaltene MwSt. (2)	EUR 18,52

Freie Kreditkarte erhalte mit dem oben genannten Betrag belastet. Die Buchung Ihres Online-Tickets erfolgt am 11.09.2007. DB Fernverkehr AG/DB Regio AG, Flughafenstr. 1, 60328 Frankfurt, Steuernummer: 945 231 9503

Hin- und Rückfahrt:
Zertifikat: 20C2 VNAR GOV
Gültig ab: 14.09.2007

Rückfahrt:
Zertifikat: 2001 ZR JX 3AV
Gültig ab: 18.09.2007

Ausweis: BahnCard 6267
Auftragsnummer: ZFBPSC

Bei Reservierung und Reservierung Hin- und Rückfahrt am 14.09.2007

2

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

EAN Europäische Artikelnummer



Ziffern 1 und 2 codieren das Hersteller-Land.

Ziffer 3 bis 12 codieren Händler und Ware.

Die letzte Ziffer ist eine Prüfziffer.

3

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

EAN European article number



digits 1 and 2 encode the country of the producer

digits 3 and 12 encode the merchant and article

The last digit is a proof number.

4

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

EAN Europäische Artikelnummer

- Ausländische Produkte**
- Holland 87
 - Österreich 90
 - Frankreich 31, 32, 33
 - USA 0...
 - Portugal 56
 - China 78
 - Deutschland 40, 42, 43
 - Italien 80
 - Spanien 84
 - Mexico 74
 - Großbritannien/Irland 50

•This ist is made by pupils, 12 year old



•The proof number has to be the complement to the next tenner.

•proof number

Prüfziffer passt



•ok

muss

5

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

EAN European article number



•The proof number has to be the complement to the next tenner.

•proof number

Prüfziffer passt



•ok


muss

6

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

EAN

Switching of digits is often detected by the proof number



8 711500 700445

drehen


X	Y	Y · X
↓ _{·4}	↓ _{·3}	↓ _{·1} ↓ _{·3}

7

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

EAN

Switching of digits is often detected by the proof number



8 711500 700445

•twisted

X	Y	Y · X
↓ _{·4}	↓ _{·3}	↓ _{·1} ↓ _{·3}

$x+3y \equiv y+3x \pmod{10}$
 $\Leftrightarrow 2x-2y \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow 2 \cdot (x-y) \equiv 0 \pmod{10}$

•but not noticed are the pairs:

X	Y
5	0
6	1
7	2
8	3
9	4

•Solution are
 • x-y=5
 • x=y+5

8


Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

ISBN out of date

In the last years one changed the type of the book number

Switching of digits is always detected by the proof number.

•new: ISBN-13



ISBN 3-528-03215-4 9 783528 032159

die ISBN without P

3 5 2 8 0 3 2 1 5 P

↓:10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1


9

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

ISBN ist veraltet

•neu: ISBN-13
 •sie ist eine EAN

Zifferndreher werden immer von der Prüfziffer gemerkt. Der Grund: 11 ist Primzahl



ISBN 3-528-03215-4 9 783528 032159

•Die alte Buchnummer ohne Prüfziffer
 •978 steht immer am Anfang der Buch-EAN

3 5 2 8 0 3 2 1 5 P

↓:10 | 9 | 8 | 7 | 6

$30+45+16+56+0+15+8+3+10+P \equiv 0 \pmod{11}$
 $183+P \equiv 0 \pmod{11}$


10

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

ISBN out of date

•new: ISBN-13
 •is a EAN

Switching of digits is always detected by the proof number. The reason: 11 is a prime



ISBN 3-528-03215-4 9 783528 032159

•The old book number without proof number
 •978 always in front
 •new EAN proof number

3 5 2 8 0 3 2 1 5 P

↓:10 | 9 | 8 | 7 | 6

$30+45+16+56+0+15+8+3+10+P \equiv 0 \pmod{11}$
 $183+P \equiv 0 \pmod{11}$


11

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

ISBN out of date

•new: ISBN-13
 •is a EAN

Switching of digits is always detected by the proof number. The reason: 11 is a prime



ISBN 3-528-03215-4 9 783528 032159

•proof number must be: 4

3 5 2 8 0 3 2 1 5 P

↓:10 | 9 | 8 | 7 | 6

$183+4=187=110+77$
 $30+45+16+56+0+15+8+3+10+P \equiv 0 \pmod{11}$
 $183+P \equiv 0 \pmod{11}$

12

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

EAN 4 0 0 3 2 7 3 1 0 3 8 6 3

•0001101 0100111 0111101 0010011 *parity 1 *parity 0 *parity 0

•Using the parity the reading direction of the bar code is identifiable.

The leading digit is encoded by the sequence in the first column.

4 -> ABA ABB

Z	Erste Ziffer	Code A	Code B	Code C
0	AAA AAA	0 00110 1	0 10011 1	1 11001 0
1	AAB AAB	0 01100 1	0 11001 1	1 10011 0
2	AAB BAB	0 01001 1	0 01101 1	1 10110 0
3	AAB BBA	0 11110 1	0 10000 1	1 00001 0
4	ABA ABB	0 10001 1	0 01110 1	1 01110 0
5	ABA AAB	0 11000 1	0 11100 1	1 00111 0
6	ABB BAB	0 10111 1	0 00010 1	1 01000 0
7	ABA BAB	0 11101 1	0 01000 1	1 00010 0
8	ABA BBA	0 11011 1	0 00100 1	1 00100 0
9	ABB ABA	0 00101 1	0 01011 1	1 11010 0

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

EAN 4 0 0 3 2 7 3 1 0 3 8 6 3

ABA ABB / code c

•0001101 0100111 0111101 0010011 *parity 1 *parity 0 *parity 0

The leading digit is encoded by the sequence in the first column.

4 -> ABA ABB

Z	Erste Ziffer	Code A	Code B	Code C
0	AAA AAA	0 00110 1	0 10011 1	1 11001 0
1	AAB AAB	0 01100 1	0 11001 1	1 10011 0
2	AAB BAB	0 01001 1	0 01101 1	1 10110 0
3	AAB BBA	0 11110 1	0 10000 1	1 00001 0
4	ABA ABB	0 10001 1	0 01110 1	1 01110 0
5	ABA AAB	0 11000 1	0 11100 1	1 00111 0
6	ABB BAB	0 10111 1	0 00010 1	1 01000 0
7	ABA BAB	0 11101 1	0 01000 1	1 00010 0
8	ABA BBA	0 11011 1	0 00100 1	1 00100 0
9	ABB ABA	0 00101 1	0 01011 1	1 11010 0

parity = number of 1's mod 2 *parity 1 *parity 0 *parity 0

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Fehlerkorrigierende Codes

- Wir betrachten **binäre Codewörter** aus 0 und 1
- Die **Parität** eines Codewortes ist
 - 0, wenn das Wort eine gerade Anzahl 1 hat
 - 1, wenn das Wort eine ungerade Anzahl 1 hat
- Der **Hammingabstand** zweier Codewörter ist die Anzahl der unterschiedlich besetzten Stellen.

0101111	0000101	$p =$
0111011	0010001	$p =$
		$h =$
0101111	1010000	$p =$
0000101	1000100	$p =$
		$h =$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Bug Corrective Codes

- We look at **binary code words** made of 0 and 1
- The **parity p** of a code word is
 - 0, when the word has an even number of 1's
 - 1 when the word has an odd number of 1's
- The **Hamming distance h** between two code words is the number of differently occupied positions.

0101111	$p = 1$	0000101	$p = 0$
0111011	$p = 1$	0010001	$p = 0$
	$h = 2$		$h = 2$
0101111	$p = 1$	1010000	$p = 0$
0000101	$p = 0$	1000100	$p = 0$
	$h = 3$		$h = 2$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Fehler-erkennende Codes

- Wir betrachten binäre Codewörter mit 3 Bit.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Bug Corrective Codes

- We look at binary code words with 3 bits.
- Four words are allowed.
- $h=2$ for all pairs of words.

The code with this four words is able to recognize single-bit bugs. But they can't be corrected.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Fehlerkorrigierende Codes

- Code mit Hammingabstand mindestens 3
- IIIIOIII IOOIIIOO IOOIIOOI Erlaubte Codewörter
- Nun tritt ein einziger Fehler auf.
- IOOIOIOO
- Den Fehler entdeckt man dadurch, dass es kein zulässiges Wort ist.
- Die letzte Ziffer ist oft die Parität des davor stehenden Wortes. Dann sieht man den Fehler an der falschen Parität.
- Das falsche Wort hat vom mittleren Codewort den Hammingabstand 1. Von den anderen Codewörtern hat es den Hammingabstand mind. 2.
- Man nimmt dieses „nahe“ Codewort anstelle des falschen.
- IOOIIIOO wird jetzt nach dem Fehler genommen

•Nun ist alles wieder richtig.

19

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Bug Corrective Codes

- Code with Hamming distance at least 3
- IIIIOIII IOOIIIOO IOOIIOOI allowed code words
- Now a single-bit bug occurs
- IOOIOIOO
- The bug is discovered, because this is not an allowed word..
- Often the last digit is the parity of the Word in front. Then you find the bug, because the parity is false.
- The false word has Hamming distance 1 from the word in the middle (above). The Hamming distance to the other code words is at least 2.
- One takes this „nearest“ code word instead of the false word.
- IOOIIIOO is now taken for further usage.

Now every thing is correct again.

20

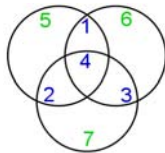
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Hamming-Code

- Richard Hamming fand 1948 als Erster einen fehlerkorrigierenden Code.
- Wir betrachten einen Code aus 4 Bits.
- Alle $2^4=16$ möglichen Wörter sind erlaubt.

- Die Nachricht:

IOII



Gesendet wird:

21

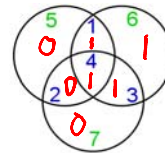
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Hamming Code

- Richard Hamming was in 1948 the first to invent a bug corrective code.
- We look at a code with 4 bits.
- All $2^4=16$ possible words are allowed.

- The message:

IOII



IOIIIOIO →
will be transmitted

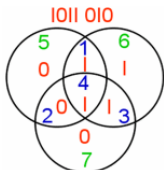
22

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Hamming-Code

- Zu je vier eigentlich zu sendenden Bits der Nachricht werden drei „Prüfbits“ berechnet und angehängt. Das Kreisbild verdeutlicht das Vorgehen:
- Schreibe die Nachricht in die blauen Felder 1,2,3,4.
- Schreibe in die grünen Felder die Parität der im zugehörigen Kreis stehenden Bits.
- Hänge die Bits der Felder 5,6,7 an die Nachricht an.
- Der Empfänger trägt die sieben Bits in die Felder ein und prüft, ob alles richtig ist.

- Nachricht.
IOII



- Gesendetes Wort
IOIIIOIO

23

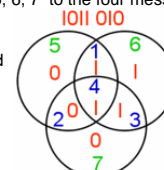
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Hamming Code

- The message, which we will send, is splitted in packages of four bits. We calculate tree proof bits for every four message bits and attach them to the four bits. The following picture with the circles explains the method:
- The regions are numbered as shown. Write the four message bits in the blue inner regions 1, 2, 3, 4
- Write in the green regions 5, 6, 7 the parity of the bits in the correspondent circles.
- Attach the bits in regions 5, 6, 7 to the four message bits.

- The receiver puts all seven bits in the three circles and checks if all is correct.

- message.
IOII



- transmitted word
IOIIIOIO

24

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Funktioniert der Hamming-Code ?

- Nachricht. **IOII**
- Gesendetes Wort **IOIIIOIO**
- Empfangenes Wort **OOIIIOIO** mit Fehler

Wir betrachten nur den Fall: **genau ein Fehler.**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus> 25

Does the Hamming Code Work?

- message. **IOII**
- sent word **IOIIIOIO**
- received word **OOIIIOIO** with bug
- receiver detect: 5 and 6 are false.
- He changes the bit at the position 1.
- He takes: **IOIIIOIO** **all right**

We only look at the case: **only one single-bit bug.**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus> 26

Funktioniert der Hamming-Code ?

- Gesendetes Wort **IOIIIOIO**
- Empfangenes Wort **OIOIOOI**
- Fehler Platz 4 **IOIOOIO**
- Fehler Platz 5 **IOI I I IO**

Aufgabe: Sie empfangen: **OIOIOOI** . Was ist das richtige Wort?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus> 27

Does the Hamming Code Work?

- sent word **IOIIIOIO**
- received word **OIOIOOI**
- bug at position 4 **IOIOOIO**
- bug at position 5 **IOI I I IO**

Problem: You receive: **OIOIOOI** . What is the correct word?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus> 28

Funktioniert der Hamming-Code ?

Aufgabe: Sie empfangen: **OIOIOOI** . Was ist das richtige Wort?

- Gesendetes Wort **???????**

OIOIOOI

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus> 29

Does the Hamming Code Work?

- sent word **???????**
- received word **OIOIOOI**
- correct is **OIIIOOI**

Yes, yet the old Hamming code can correct single-bit bugs automatically.

Today one has improved bug corrective codes.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus> 30