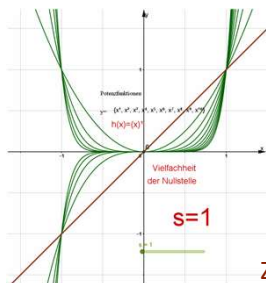


Die geheime Macht der mehrfachen Nullstellen

März 2019 GDM Regensburg



Erst Graphen verstehen.

- Gesamtverlauf begreifen
- Felderabstreichen
- Vielfachheit beachten
- Qualitativen Graphen erzeugen

Dann stolz sein, dass man ohne Computer viel geschafft hat. Wahrhaftige Kurvendiskussion!

Zuletzt ggf. noch rechnen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 1

1

mehrfache Nullstellen, Vielfachheit

WAS

WANN

WOMIT

WOZU

WARUM

- Definition
- Von Hand Felderabstreichen
- Für qualitative Graphen
- Für Verstehen und Computer Besiegen
- Für Eigentätigkeit und Freude am Erfolg
- Um über Kurven wahrhaft zu diskutieren

Beispiele:

Polynome,

Trigon.
Funktionen

Quotienten-Fkt

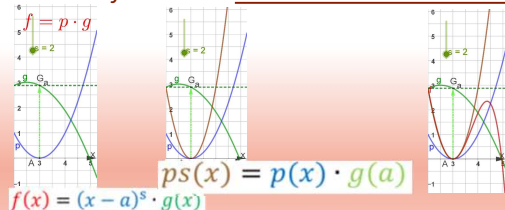
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 2

2

Was sind „mehrfache Nullstellen“?

Definition

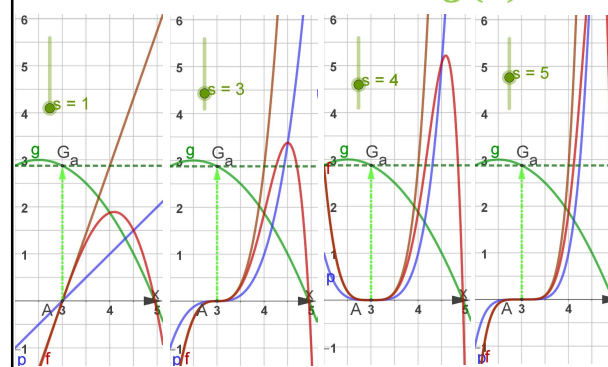
- Kann man eine Funktion schreiben als $f(x) = (x-a)^s g(x)$ mit $g(a) \neq 0$ und $s > 0$, dann hat f in a eine Nullstelle der Vielfachheit s .



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 3

3

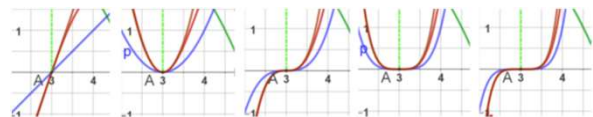
Variation der Vielfachheit s $g(a) > 0$



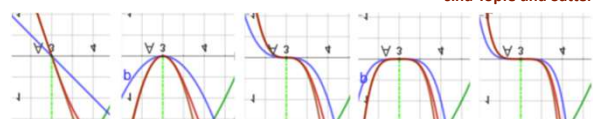
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 4

4

Wie sehen s-fache Nullstellen aus?



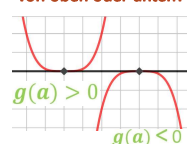
- $s=1$ einfacher Nulldurchgang
- $s=2$ parabelartige Berührung
 - s gerade \rightarrow topfförmige Berührnullstelle
 - s ungerade \rightarrow sattelförmiger Nulldurchgang
- $s=3$ gewöhnlicher Sattel
- Je größer s ist, desto breiter sind Töpfe und Sättel



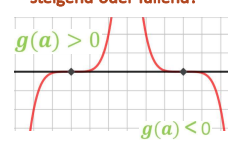
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 5

5

Berührung von oben oder unten?



Nulldurchgang steigend oder fallend?



Weitere Entscheidungshilfen:

Polynome,

die durch Linearfaktoren gegeben sind

$$f(x) = t(x-x_1)^{s_1}(x-x_2)^{s_2}\dots(x-x_n)^{s_n}$$

1. Grad des Polynoms = Summe der Vielfachheiten

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 6

6

Polynome, die durch Linearfaktoren gegeben sind
 $f(x) = t(x - x_1)^{s_1}(x - x_2)^{s_2} \dots (x - x_n)^{s_n}$

1. Grad des Polynoms = $s_1 + s_2 + \dots + s_n$
 Man stellt sich alles aufgelöst vor!
2. Gesamtverlauf, Verlauf außerhalb aller Nullstellen:
 Grad ist **gerade** Zahl Grad ist **ungerade** Zahl

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 7

7

Polynome, die durch Linearfaktoren gegeben sind
 $f(x) = t(x+2)x^3(x-3)^2$ Grad = $1+3+2=6$
 $t > 0$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 8

8

Polynome, die durch Linearfaktoren gegeben sind
 $f(x) = t(x+2)x^3(x-3)^2$ Grad = $1+3+2=6$
 $t > 0$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 9

9

Polynome, die durch Linearfaktoren gegeben sind
 $f(x) = t(x+2)x^3(x-3)^2$ Grad = $1+3+2=6$
 $t > 0$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 10

10

Polynome, die durch Linearfaktoren gegeben sind
 $f(x) = t(x+2)x^3(x-3)^2$ Grad = $1+3+2=6$
 $t > 0$

Felderabstreichen, qualitative Graphen erzeugen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 11

11

Polynome, die durch Linearfaktoren gegeben sind
 $f(x) = t(x+2)x^3(x-3)^2$ Grad = $1+3+2=6$
 $t > 0$

Felderabstreichen, qualitative Graphen erzeugen

Vergleichen!!!

Was muss stimmen?

Was ist egal?

Vielfachheit 2 bzw. 3 versus 4 bzw. 5 oder höher

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-sehen-und-verstehen.de> Folie 12

12

13

14

15

16

17

18