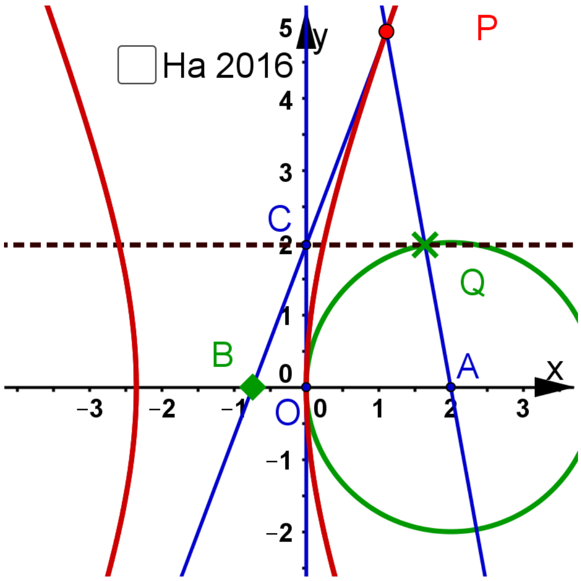
Kurven sehen und verstehen

Haftendorn März. 2017, http://www.kurven-sehen-und-verstehen.de

Aufgabe 7.10 Die drei ??? (Fragezeichen)



In[53]:= `B = (b, 0); A = (a, 0);`

Berechnung

In[40]:=
```
kr = (u - a)^2 + v^2 == a^2
ga = y == -v / (a - u) (x - a)
gb = y == -v / b * (x - b)
```

Out[40]= $(-a+u)^2 + v^2 == a^2$

Out[41]= $y == -\frac{v\,(-a+x)}{a-u}$

Out[42]= $y == -\frac{v\,(-b+x)}{b}$

In[43]:= `Eliminate[{kr, ga, gb}, {u, v}]`

eliminiere

Out[43]= $a\,(-2a+2b)\,x\,y + \left(\frac{a^2}{b} - b\right) x^2\,y == b\,y^3 \;\&\&\; a\,(2a-2b)\,b\,x\,y + (-a^2+b^2)\,x^2\,y == -b^2\,y^3 \;\&\&\; b \neq 0$

In[44]:= $a\,(-2a+2b)\,x + \left(\frac{a^2}{b} - b\right) x^2 == b\,y^2$

Out[44]= $a\,(-2a+2b)\,x + \left(\frac{a^2}{b} - b\right) x^2 == b\,y^2$

In[45]:= $2\,a\,b\,(-a+b)\,x + (a^2 - b\text{^}2)\,x^2 == b\text{^}2\,y^2$

$2\,a\,b\,(-a+b)\,x + (a^2 - b^2)\,x^2 == b^2\,y^2$

In[56]:= `-2 a b / (a + b) x + x^2 == b^2 / (a^2 - b^2) y^2`

Out[56]= $$-\frac{2\,a\,b\,x}{a+b} + x^2 == \frac{b^2\,y^2}{a^2 - b^2}$$

In[58]:= $$-\frac{2\,a\,b\,x}{a+b} + x^2 == \frac{b^2\,y^2}{a^2 - b^2}$$

Out[58]= $$-\frac{2\,a\,b\,x}{a+b} + x^2 == \frac{b^2\,y^2}{a^2 - b^2}$$

In[59]:= $$(x - a\,b/(a+b))\text{^}2 - \frac{b^2\,y^2}{a^2 - b^2} == a\text{^}2\,b\text{^}2/(a+b)\text{^}2$$

Out[59]= $$\left(-\frac{a\,b}{a+b} + x\right)^2 - \frac{b^2\,y^2}{a^2 - b^2} == \frac{a^2\,b^2}{(a+b)^2}$$

Das ist eine Hyperbel für $a^2 > b^2$ und eine Ellipse für $a^2 < b^2$, verschoben auf $\left(\frac{a\,b}{a+b},\ 0\right)$

Scheitel:

In[60]:= $$\text{Solve}\left[\left(-\frac{a\,b}{a+b} + x\right)\text{^}2 == \frac{a^2\,b^2}{(a+b)^2},\ x\right]$$
löse

Out[60]= $$\left\{\{x \to 0\},\ \left\{x \to \frac{2\,a\,b}{a+b}\right\}\right\}$$

Für b=-a ergibt sich eine Parabel mit p=2a

In[53]:= $2\,a\,b\,(-a+b)\,x + (a^2 - b^2)\,x^2 == b^2\,y^2$ `/. b → -a`

Out[53]= $4\,a^3\,x == a^2\,y^2$

In[54]:= `y^2 == 2 (2 a) x`

Out[54]= $y^2 == 4\,a\,x$

Für b=0 ergibt sich die y-Achse doppelt, die beiden Hyperbeläste fallen zusammen.

In[55]:= $2\,a\,b\,(-a+b)\,x + (a^2 - b^2)\,x^2 == b^2\,y^2$ `/. b → 0`

Out[55]= $a^2\,x^2 == 0$