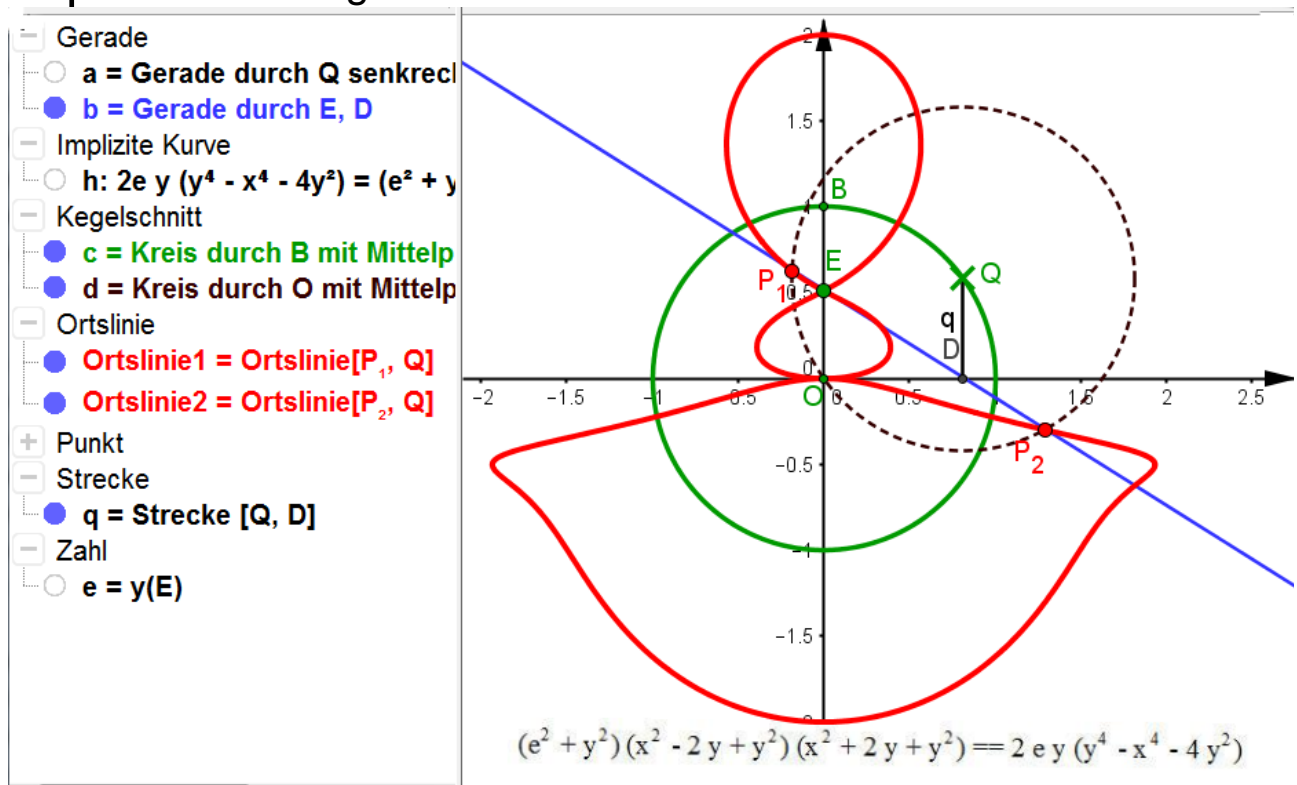


Eine Erfindung von Prof. Dr. Dieter Riebesehl, Leuphana Universität Lüneburg

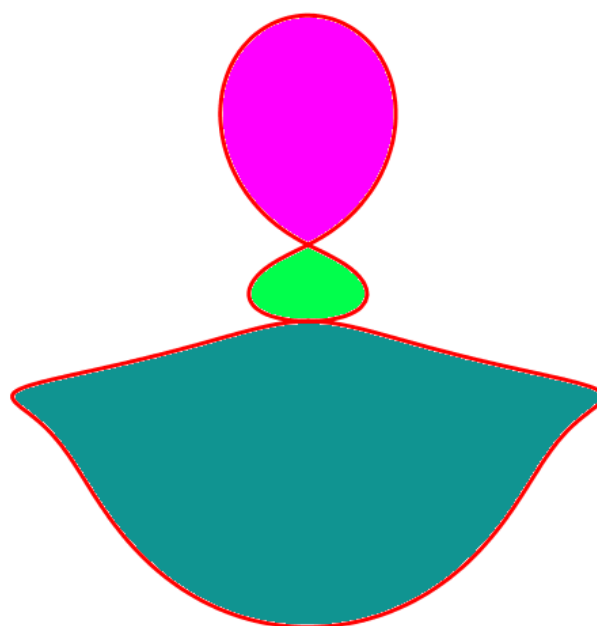
Topfblume algebraische Kurve 6. Grades



$$(e^2 + y^2) (x^2 - 2y + y^2) (x^2 + 2y + y^2) == 2 e y (y^4 - x^4 - 4 y^2)$$

Dieses ist die richtige Gleichung. Man kann sie mit Parameter e in GeoGebra eintippen. Erzeugen Sie weitere Verwandte der Topfblume durch Variation von e, oder bauen Sie die Konstruktion nach.

Ich habe die Gleichung aus $u^2 + v^2 = 1$, $u y + e x = u e$, $(x - u)^2 + (y - v)^2 = 1$ durch Elimination von u und v mit Mathematica `Eliminate[{...}, {u,v}]` berechnet. Sie können www.wolframalpha.com nehmen.



$$(e^2 + y^2) (x^2 - 2y + y^2) (x^2 + 2y + y^2) == 2 e y (y^4 - x^4 - 4 y^2)$$

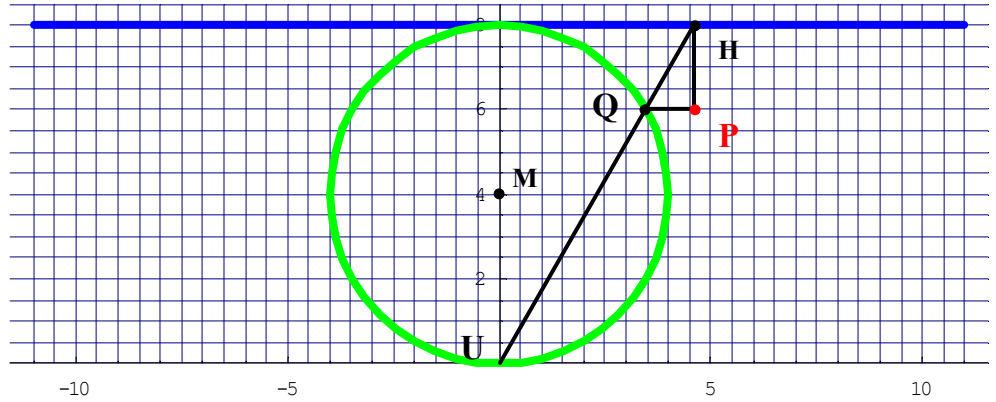
Algebraische Kurven

Die Versiera der Maria Agnesi

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Arbeitsblatt, T³-Tagung Wetzlar 2002

Konstruktion der Versiera (Hexe).

Um den Punkt M auf der y-Achse ist ein Kreis mit dem Radius r=4 und eine Parallele zur x-Achse im Abstand 2r zu sehen. Q läuft auf der Kreisstraße. Durch den Ursprung und Q verläuft eine Gerade, die die Parallele in H schneidet. Auf die gezeichnete Weise ergibt sich P, P hat also die x-Koordinate von H und die y-Koordinate von Q. Erzeuge weitere Stellungen von P, verschaffe dir einen Überblick über die **Ortskurve von P**.



Q läuft auf der Kreisstraße. Durch den Ursprung und Q verläuft eine Gerade, die die Parallele in H schneidet. Auf die gezeichnete Weise ergibt sich P, P hat also die x-Koordinate von H und die y-Koordinate von Q. Erzeuge weitere Stellungen von P, verschaffe dir einen Überblick über die **Ortskurve von P**.

Geschichtliches: Maria Agnesi untersuchte diese Kurve 1748 in ihrem Buch *Istruzioni Analitiche*. In altitalienisch heißt „versiera“ sowohl „frei beweglich“ als auch „Hexe“. In englisch heißt die Kurve nun „Witch of Agnesi“. Schon früher hatte Fermat die Kurve untersucht.

Begründe, warum die Punkte B(8/4) und C(-8/4) gesicherte Punkte der Versiera sind und nenne einen weiteren gesicherten Punkt.

Die Gleichung dieser Versiera ist $y(x^2 + 64) = 512$.

- Bestätige, dass die drei sicheren Punkte die Gleichung erfüllen.
- Berechne zu drei selbst gewählten x-Werten die zugehörigen y-Werte.
- Zeichne die drei so gewonnenen Punkte oben farbig ein.

Mathilde hat im Lexikon als allgemeine Gleichung der Versiera gefunden: $y(x^2 + a^2) = a^3$, welchen Wert hat a in dem obigen Fall?

Mathix hat im Internet als allgemeine Gleichung der „Witch of Agnesi“ gefunden:

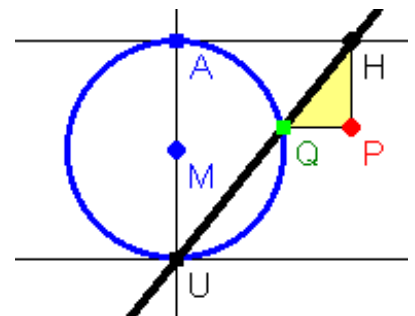
$y(x^2 + 4r^2) = 8r^3$, welchen Wert hat r in dem obigen Fall?

- Begründe, warum beide Gleichungen dieselbe Kurve definieren. Was bedeuten a und r?
- Mathinchen hat einige Versuche gemacht, die Gleichung umzuformen. Kläre durch Einsetzen eines sicheren Punktes, welche der folgenden Umformungsversuche sicher falsch sind.

- a: $y x^2 + 64 = 512$
- b: $y = \frac{512}{x^2 + 64}$
- c: $y(x + 8)^2 = 8^3$
- d: $y x^2 + 8^2 y = 8^3$

Realisierung in Schritten im DGS Dynageo-Euklid

- Erzeuge zuerst das rechtwinklige Kreuz bei U.
- Du kannst das Koordinatenkreuz nehmen.
- Setze M zugfest auf die Senkrechte. Konstruiere den Kreis mit dem Radius MU und erzeuge den Schnittpunkt A, errichte dort eine Senkrechte, also eine Parallele zur x-Achse.
- Setze Q zugfest auf den Kreis, verbinde UQ mit einer Geraden, probiere ob alles zugfest ist.
- Erzeuge mit dem Schnittpunkt-Werkzeug H und konstruiere mit zwei senkrechten Geraden den Punkt P. Die Geraden sind hier versteckt.



Ziehe an Q und beobachte P, vergleiche mit deiner Von-Hand-Konstruktion oben.