

Kurven und Tiefe



Bipolare Kurven

erkunden, erfinden, verstehen
vertiefte mathematische Sicht
gekoppelte Fenster

Arbeitskreis Geometrie,
Tagung Saarbrücken September 2017

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 1



Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit






Im Haus der Mathematik öffnen wir ein Fenster.
sehen in einen barocken Garten mit Antikensammlung.
Daran schließt sich der freie mathematische
Landschaftsgarten an, den wir in eigener Regie durchstreifen


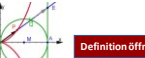
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 2

Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit







Definition öffnen






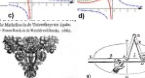
Definition öffnen







Definition öffnen



Definition öffnen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 3

Bipolare Kurven

Gegeben ist eine beliebige Gleichung in r und r' .
Genau für die Kurvenpunkte ist die Gleichung erfüllt.


$r + r' = 2a$	Ellipsen
$r - r' = 2a$	Hyperbeln
$r \cdot r' = k^2$	Cassini'sche Kurven
$m \cdot r + n \cdot r' = k$	Descartes'sche Ovale

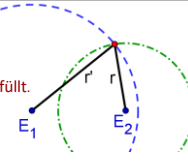
$r' = c \cdot \tan(r) + r$

$r' = c \cdot (r - a)^2 + b$

frei erfunden

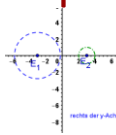
frei erfunden






Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 4

Bipolare Kurven verstehen




Wann schneiden sich
die beiden Kreise?



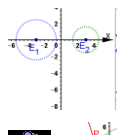
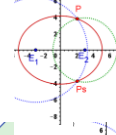
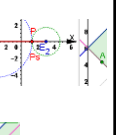
grün ist der Gültigkeitsbereich

Dreiecksbedingung,
visualisiert im 2. Grafikkfenster



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 5

Ellipsen und Hyperbeln

Verallgemeinerte
Meyer'sche Kurven

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 6

Cassinische Kurven $r \cdot r' = k^2$

Hyperbeln Testpunkt

Alle Formen der Cassini'schen Kurven lassen sich in der gekoppelten Sicht verstehen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 7

Descartes'sche Ovale $m \cdot r + n \cdot r' = k$

Ellipsen und Hyperbeln sind Spezialfälle

Nanu?????

Die Vorzeichen von m, n und k wirken für die Gerade aber nicht für die implizite Gleichung!

wieso???

Ansehen!

$$k^4 + (e^2(m^2 - n^2) - 2e(m^2 + n^2)x + (m^2 - n^2)(x^2 + y^2))^2 - k^2(e^2(m^2 + n^2) - 2e(m^2 - n^2)x + (m^2 + n^2)(x^2 + y^2)) = 0$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 8

Descartes'sche Ovale geben Rätsel auf

Zu jeder Gleichung gibt es 4 Geraden. $\pm m, \pm n, \pm k$

Zwei davon treffen den Gültigkeitsbereich. Dazu gehören zwei Descartes'sche Ovale.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 9

Descartes'sche Ovale geben Rätsel auf

Zu jeder Gleichung gibt es 4 Geraden. $\pm m, \pm n, \pm k$

Die Geraden gehen durch Spiegeln an der y-Achse auseinander hervor.

Zwei davon treffen den Gültigkeitsbereich. Dazu gehören zwei Descartes'sche Ovale.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 10

Descartes'sche Ovale und tiefere Fragen

z.B.: Wo genau ist die Beule? Wann gibt es eine Beule? Nullstellen? ...

Dargestellt ist zudem ein interaktiver Beweis, dass die schwarze Kurve nicht die „Ausgangsgleichung“ erfüllt.

links der y-Achse

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 11

Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

Aber Verstehen geschieht hiermit!

Den „Gleichrichter-Sinus“ kann man nehmen und die zugehörige bipolare Kurve dazu ansehen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 12

Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

Aber Verstehen geschieht hiermit!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 13

Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

Was können wir nun vorhersagen?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 14

Kurven und Tiefe, Geometrie und Freiheit

der schräge Sinus-Teddy
und die
Tangens-Grinsekatz
bedanken sich mit mir
für Ihre Aufmerksamkeit

www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.kurven-erkunden-und-verstehen.de 2017 Folie 15