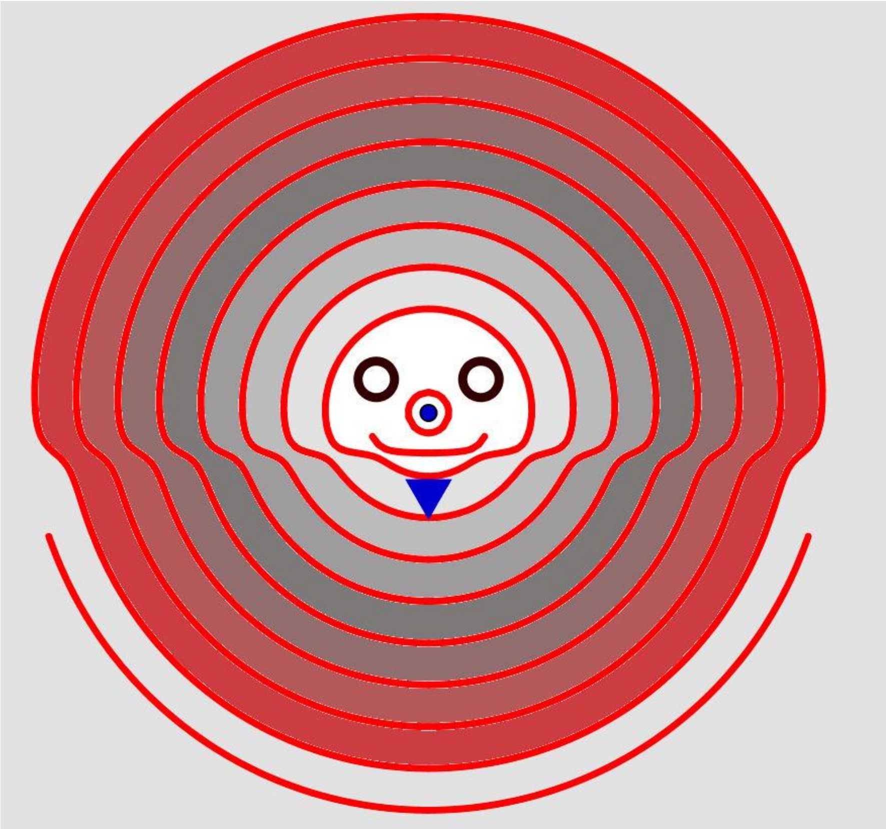
Kurven und Tiefe



Bipolare Kurven

erkunden, erfinden, verstehen

vertiefte mathematische Sicht

gekoppelte Fenster

Arbeitskreis Geometrie,
Tagung Saarbrücken September 2017

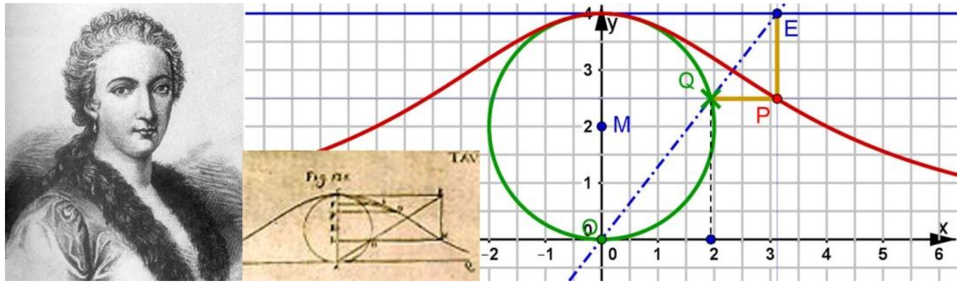
Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

Im Haus der Mathematik öffnen wir ein Fenster.

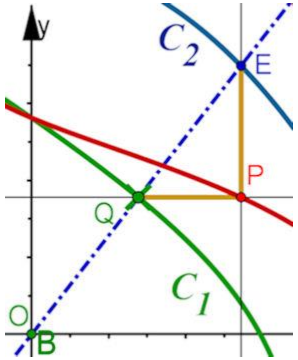
sehen in einen barocken Garten   mit Antikensammlung.

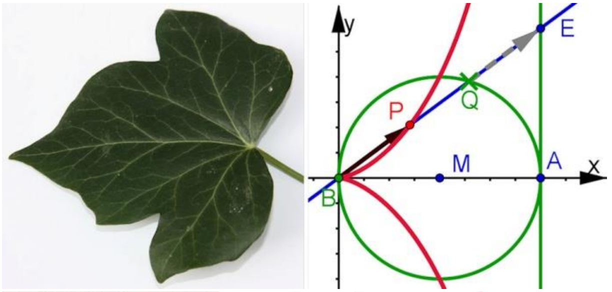
Daran schließt sich der freie mathematische Landschaftsgarten an, den wir in eigener Regie durchstreifen

Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

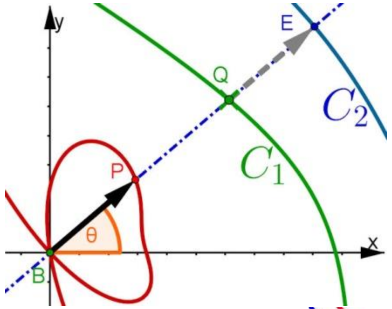


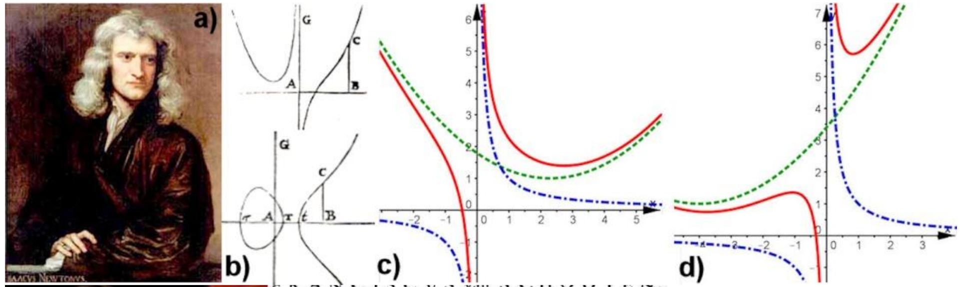
Definition öffnen



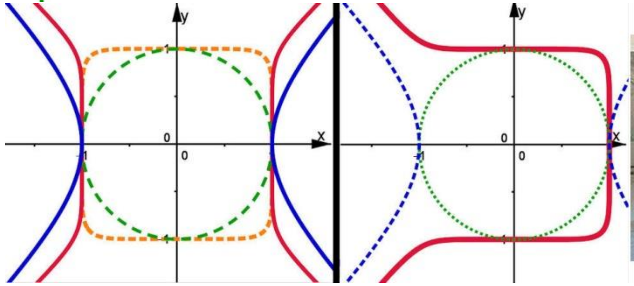


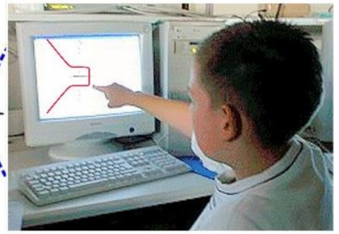
Definition öffnen

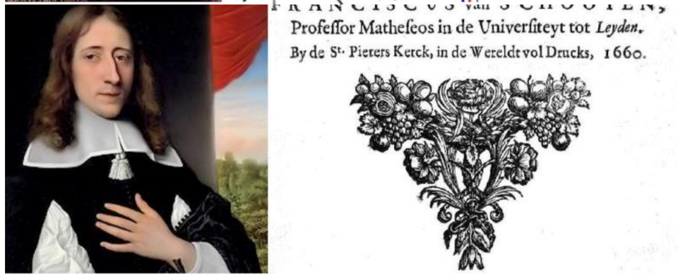


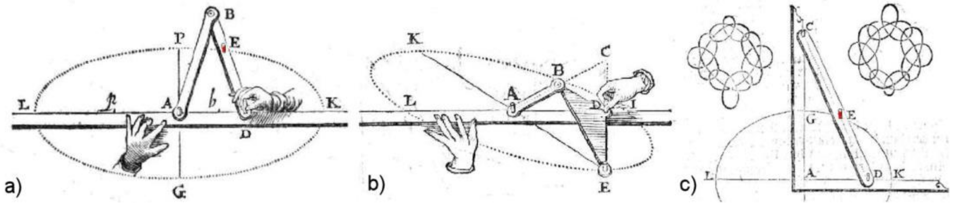


Definition öffnen







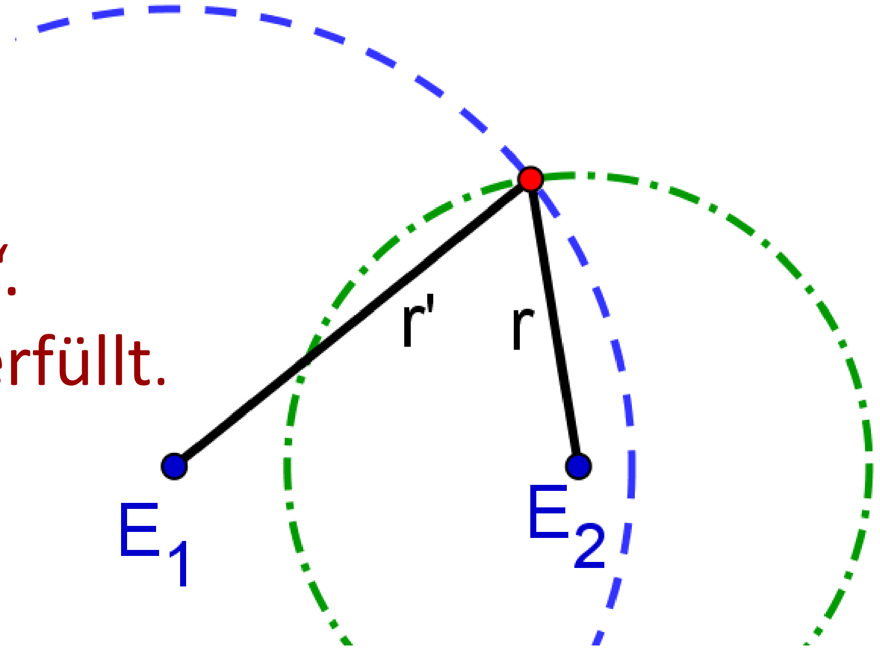


Definition öffnen

?

Bipolare Kurven

Gegeben ist eine beliebige Gleichung in r und r'.
Genau für die Kurvenpunkte ist die Gleichung erfüllt.



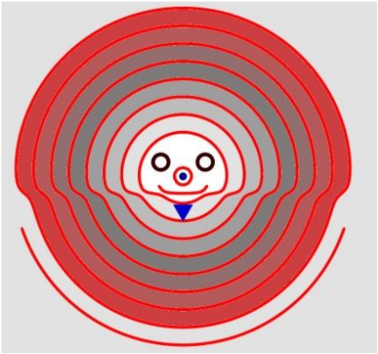
$r + r' = 2a$ Ellipsen

$r - r' = 2a$ Hyperbeln

$r \cdot r' = k^2$ Cassini'sche Kurven

$m \cdot r + n \cdot r' = k$ Descartes'sche Ovale

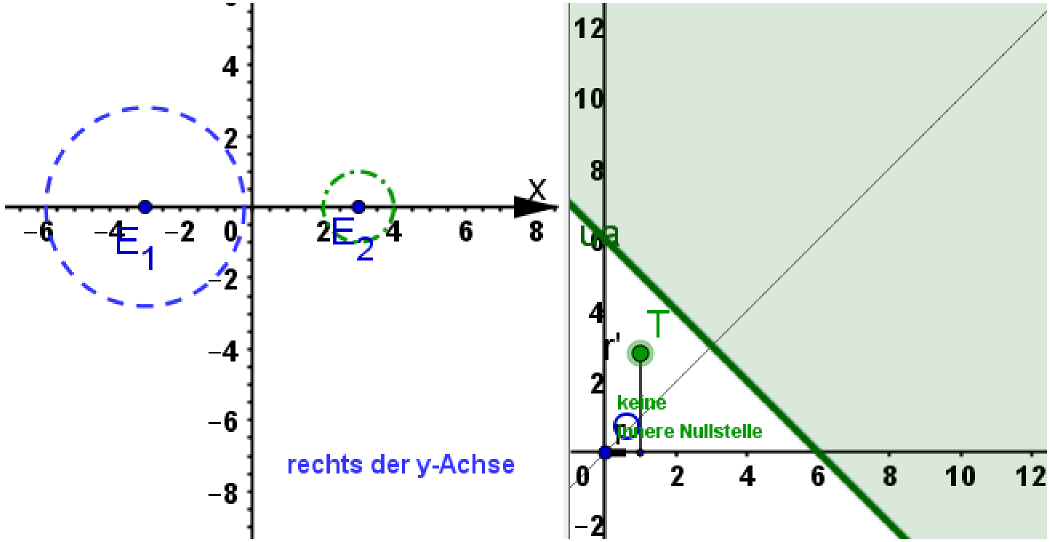
$r' = c \cdot \tan(r) + r$ **frei erfunden**



$r' = c \cdot (r - a)^2 + b$ frei erfunden

$\vdots$

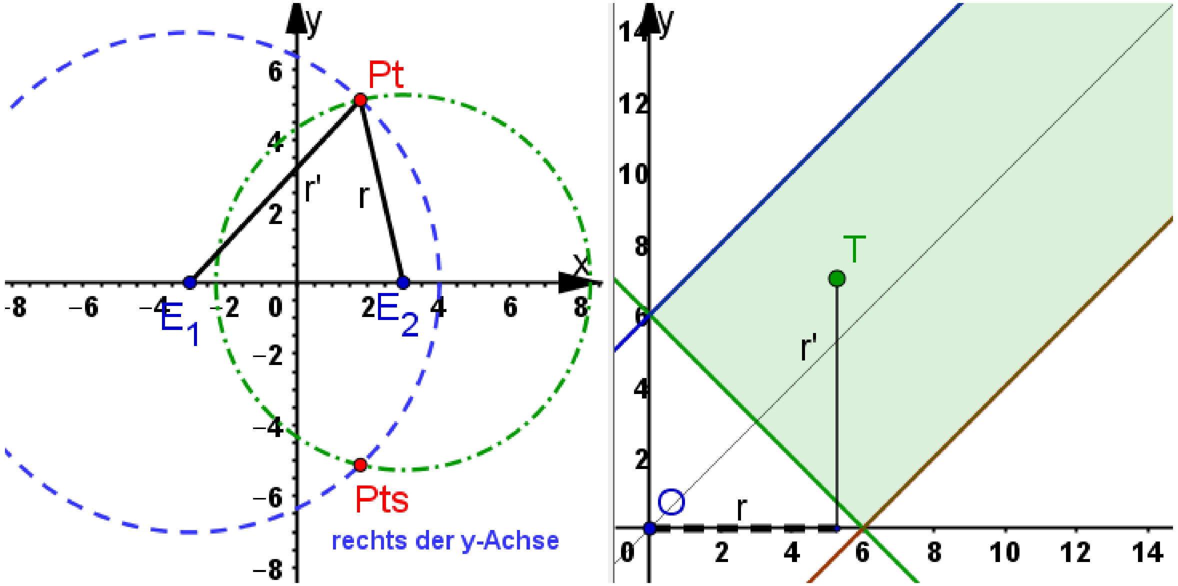
Bipolare Kurven verstehen



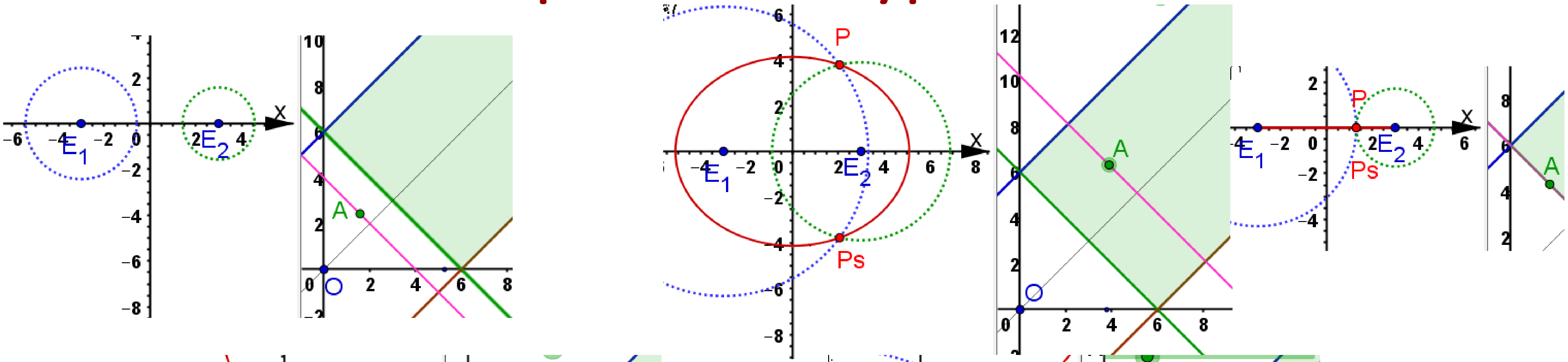
Wann schneiden sich
die beiden Kreise?

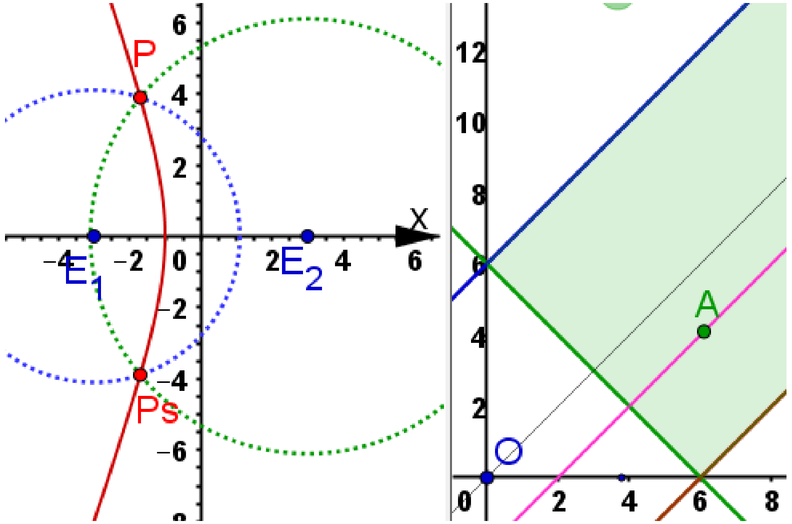
grün ist der Gültigkeitsbereich

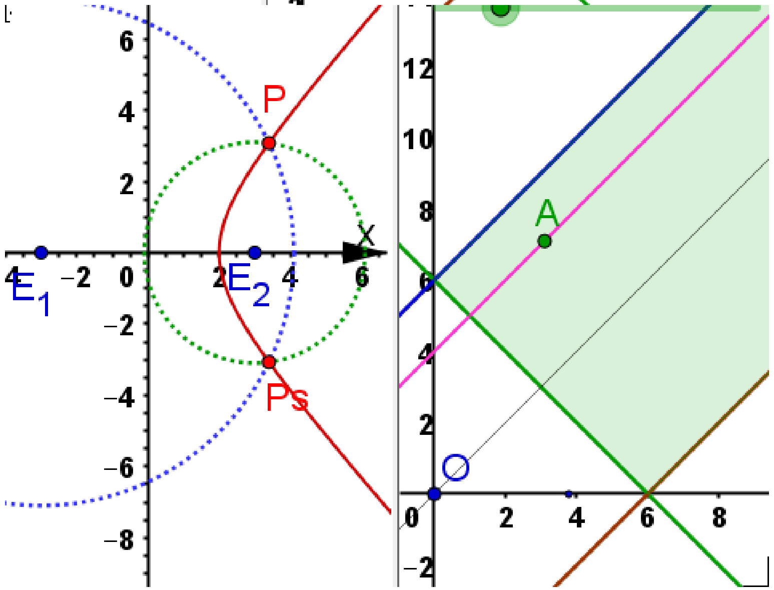
Dreiecksbedingung,
visualisiert im 2. Grafikfenster



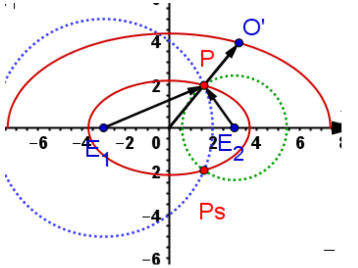
Ellipsen und Hyperbeln



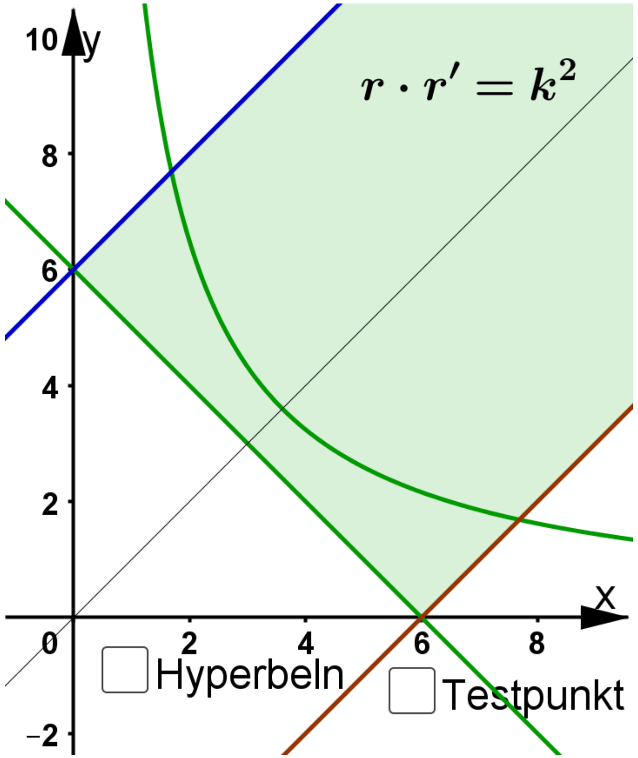


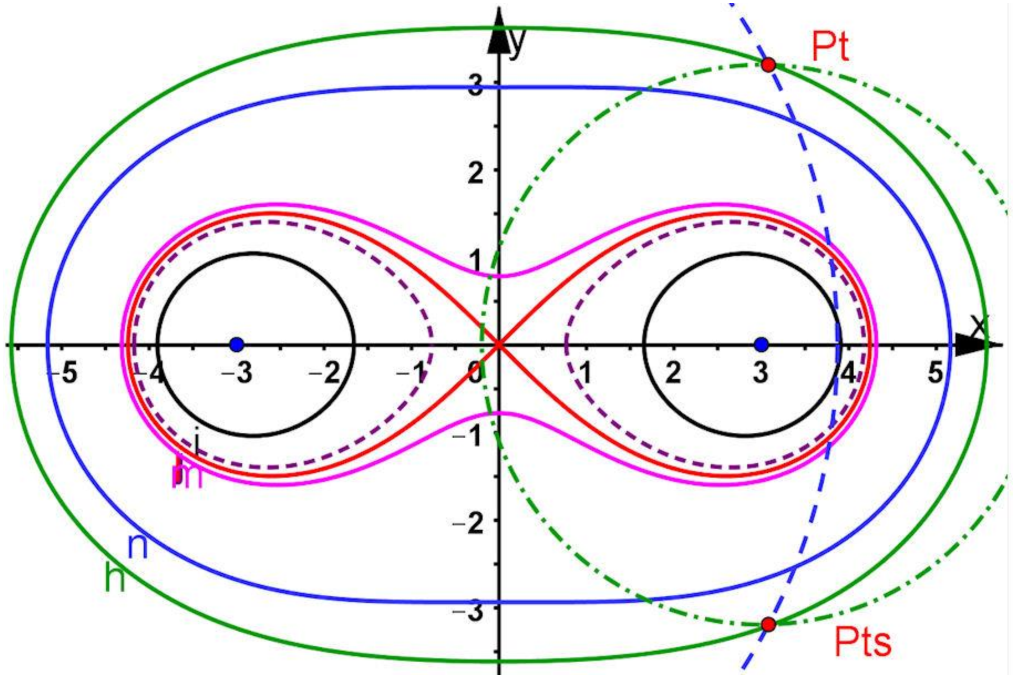


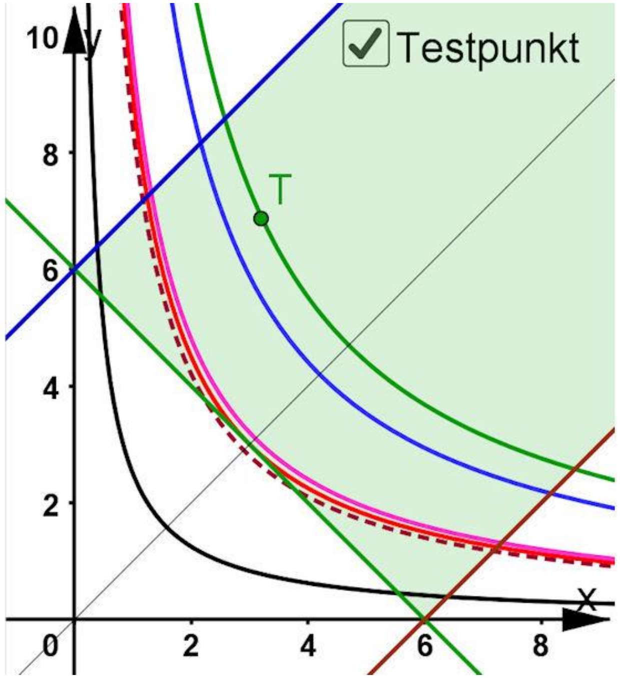
Verallgemeinerte Meyer‘sche Kurven



Cassinische Kurven $r \cdot r' = k^2$



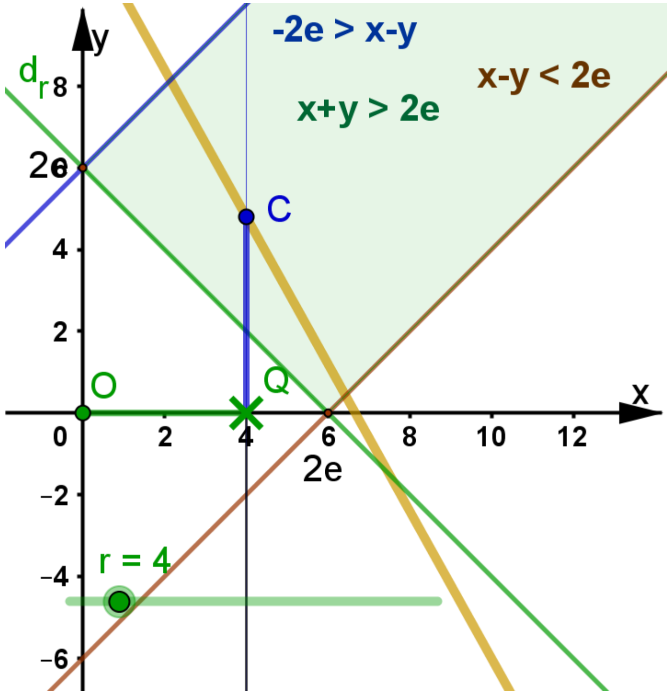


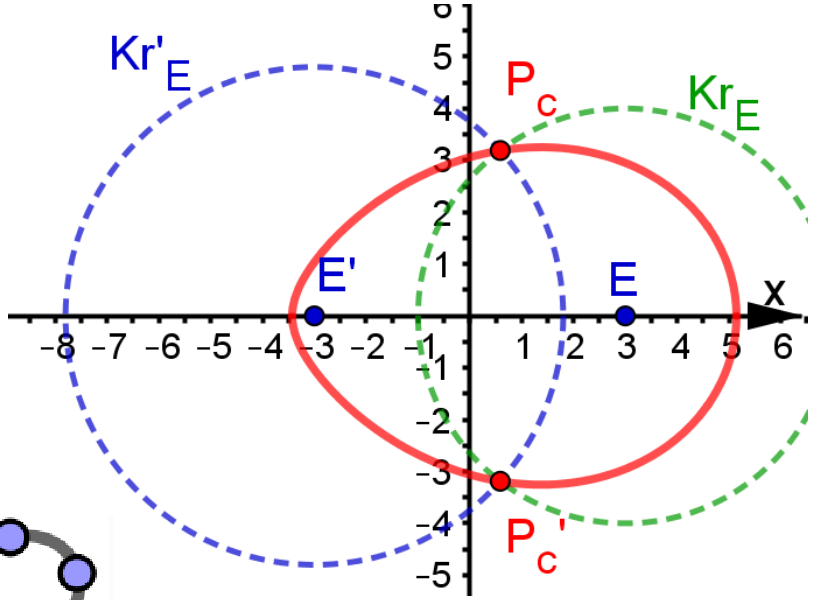


Alle Formen der Cassini'schen Kurven
lassen sich in der gekoppelten Sicht verstehen.

Descartes‘sche Ovale $m \cdot r + n \cdot r' = k$

Ellipsen und Hyperbeln sind Spezialfälle





Nanu??????

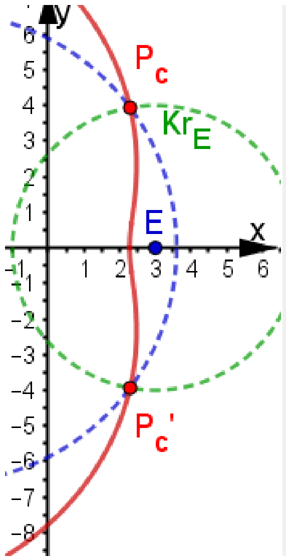
Die Vorzeichen von n, m und k wirken für die Gerade aber nicht für die implizite Gleichung!

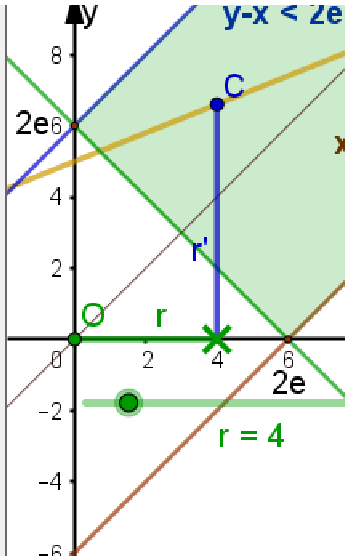
wieso???

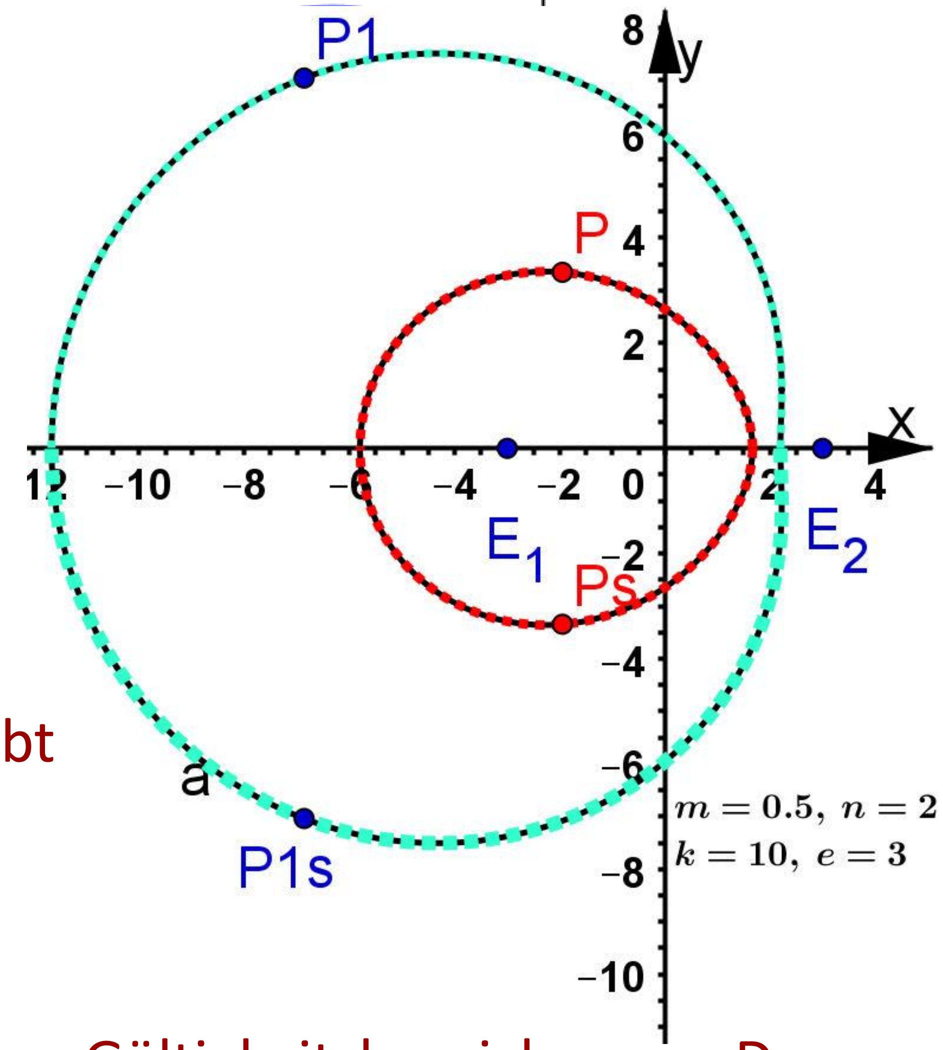
$$k^4 + \left(e^2\left(m^2 - n^2\right) - 2e\left(m^2 + n^2\right)x + \left(m^2 - n^2\right)\left(x^2 + y^2\right)\right)^2$$
$$-k^2\left(e^2\left(m^2 + n^2\right) - 2e\left(m^2 - n^2\right)x + \left(m^2 + n^2\right)\left(x^2 + y^2\right)\right) = 0$$

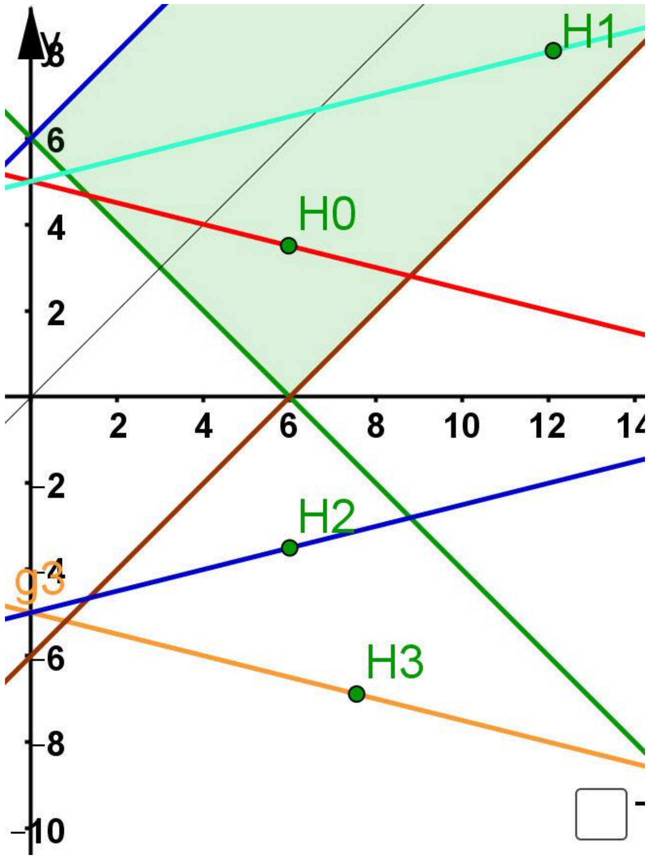
Ansehen!

Descartes'sche Ovale geben Rätsel auf









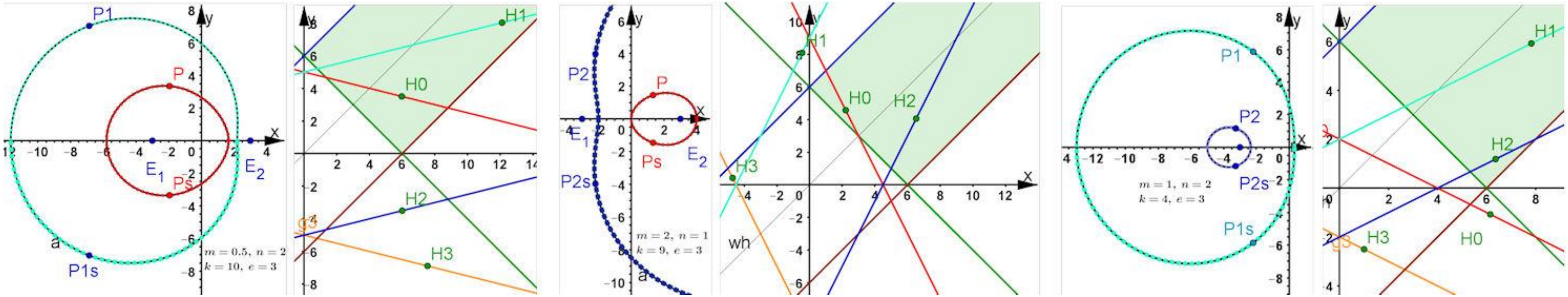
Zu jeder Gleichung gibt es 4 Geraden.

$\pm m, \pm n, \pm k$

Zwei davon treffen den Gültigkeitsbereich.

Dazu gehören zwei Descartes'sche Ovale.

Descartes‘sche Ovale geben Rätsel auf



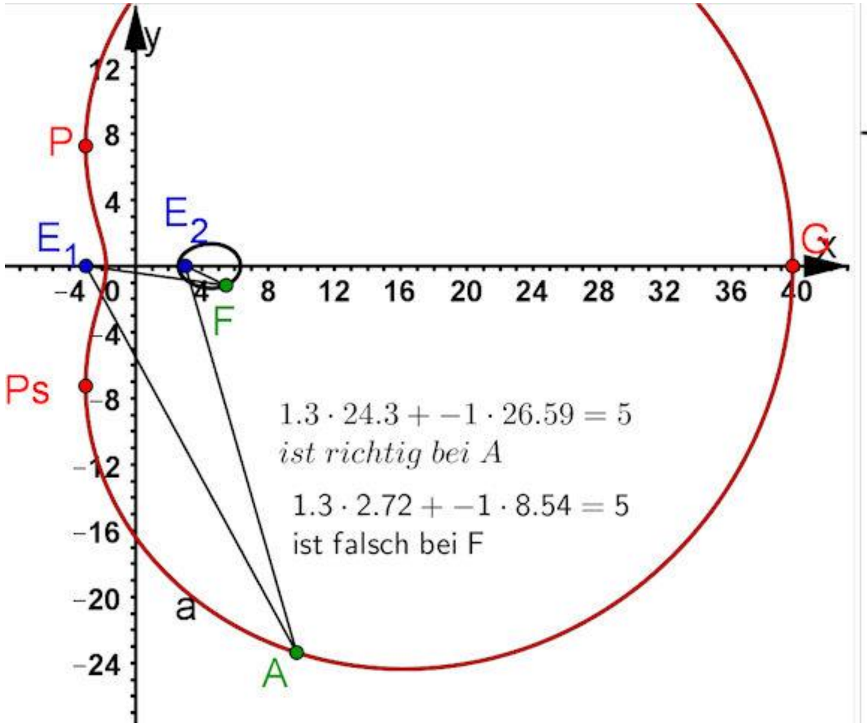
Zu jeder Gleichung gibt es 4 Geraden. $\pm m, \pm n, \pm k$

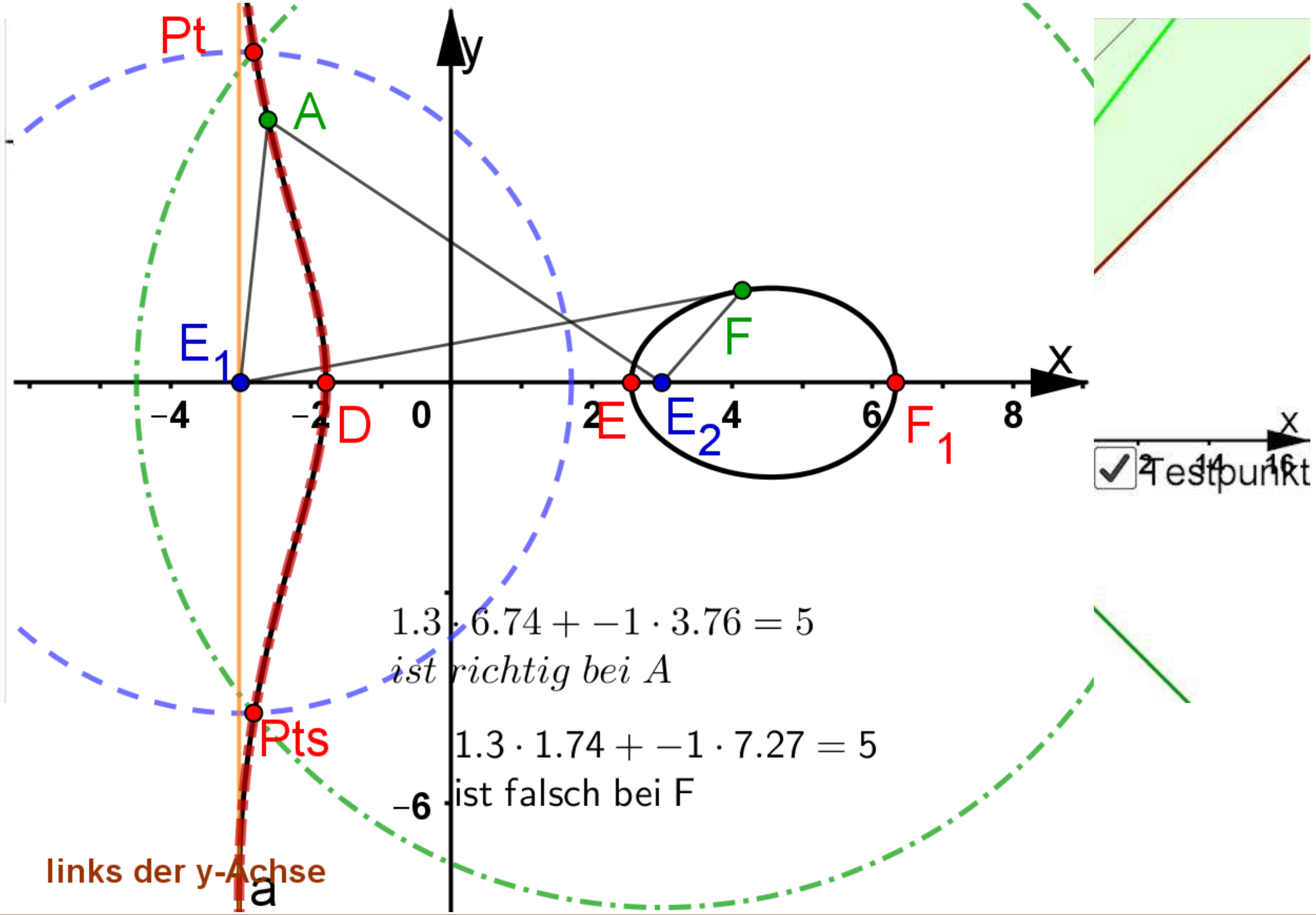
Die Geraden gehen durch Spiegeln an der y-Achse auseinander hervor.

Zwei davon treffen den Gültigkeitsbereich. Dazu gehören zwei Descartes‘sche Ovale.

Descartes'sche Ovale und tiefere Fragen

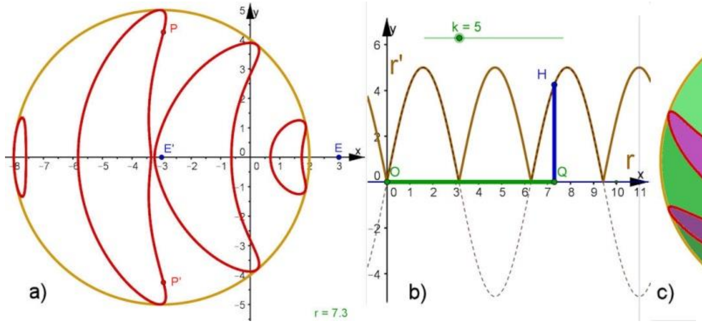
z.B.: Wo genau ist die Beule? Wann gibt es eine Beule? Nullstellen? ….





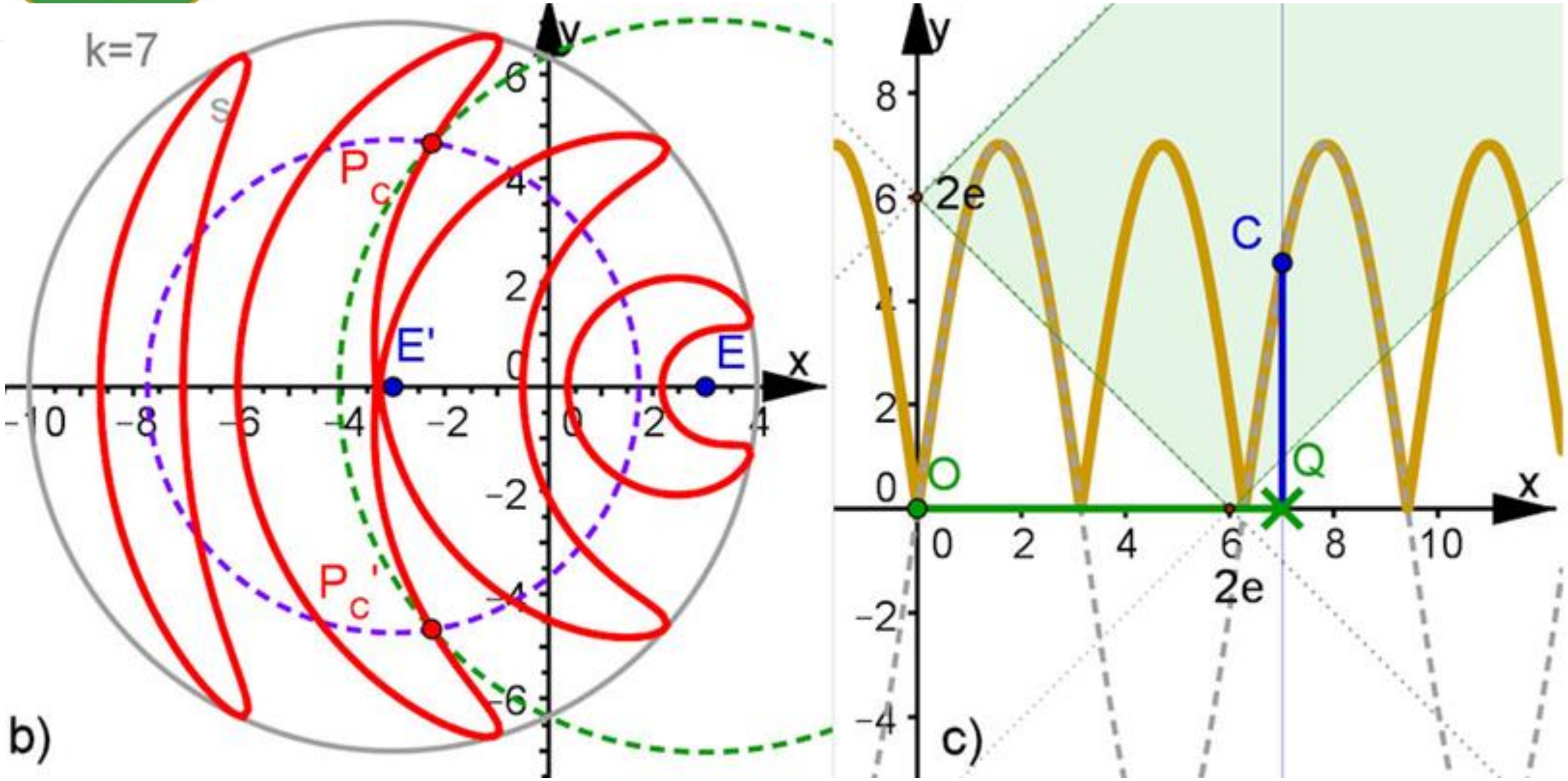
Dargestellt ist zudem ein interaktiver Beweis,
dass die schwarze Kurve
nicht die „Ausgangsgleichung erfüllt.

Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit



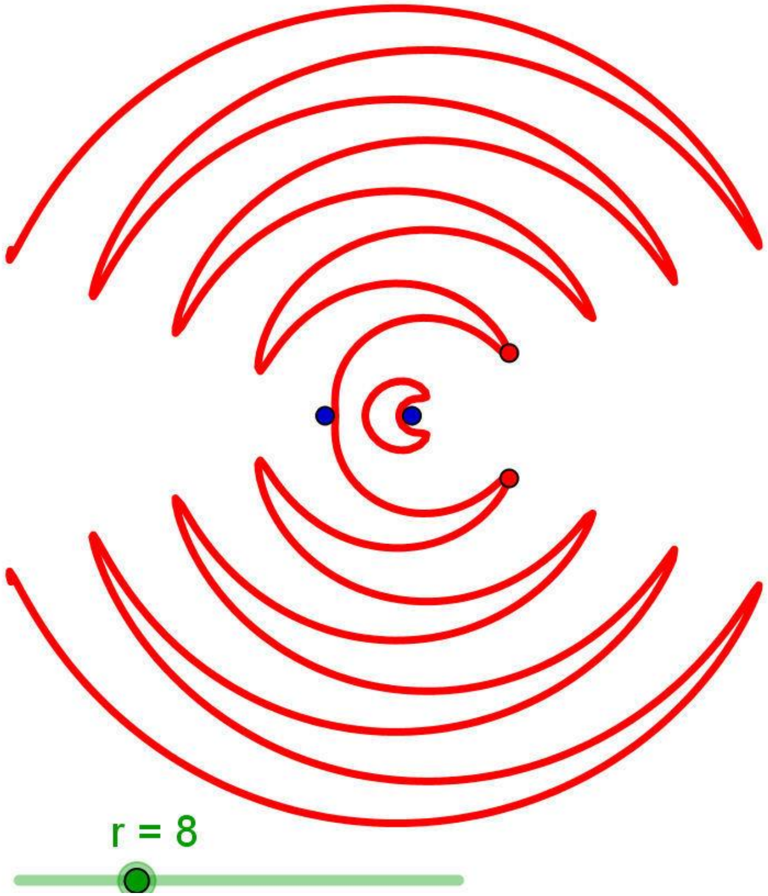
Aber **Verstehen** geschieht hiermit!

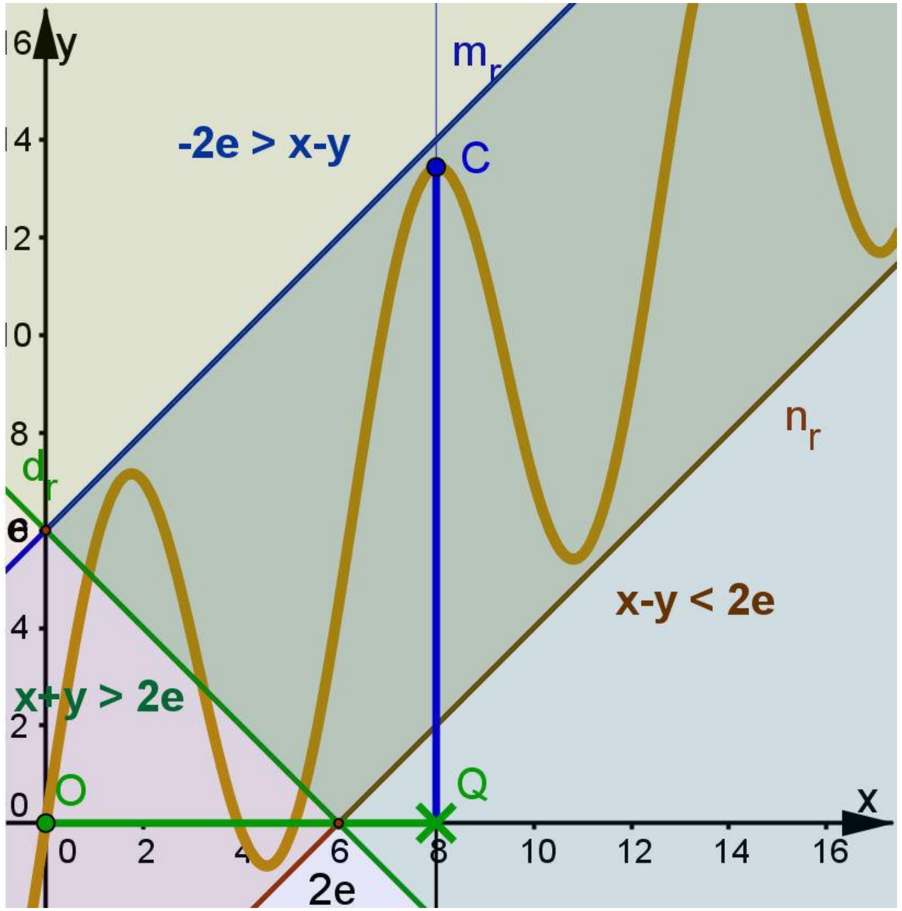
Den „Gleichrichter-Sinus“ kann man nehmen und die zugehörige bipolare Kurve dazu ansehen.



Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

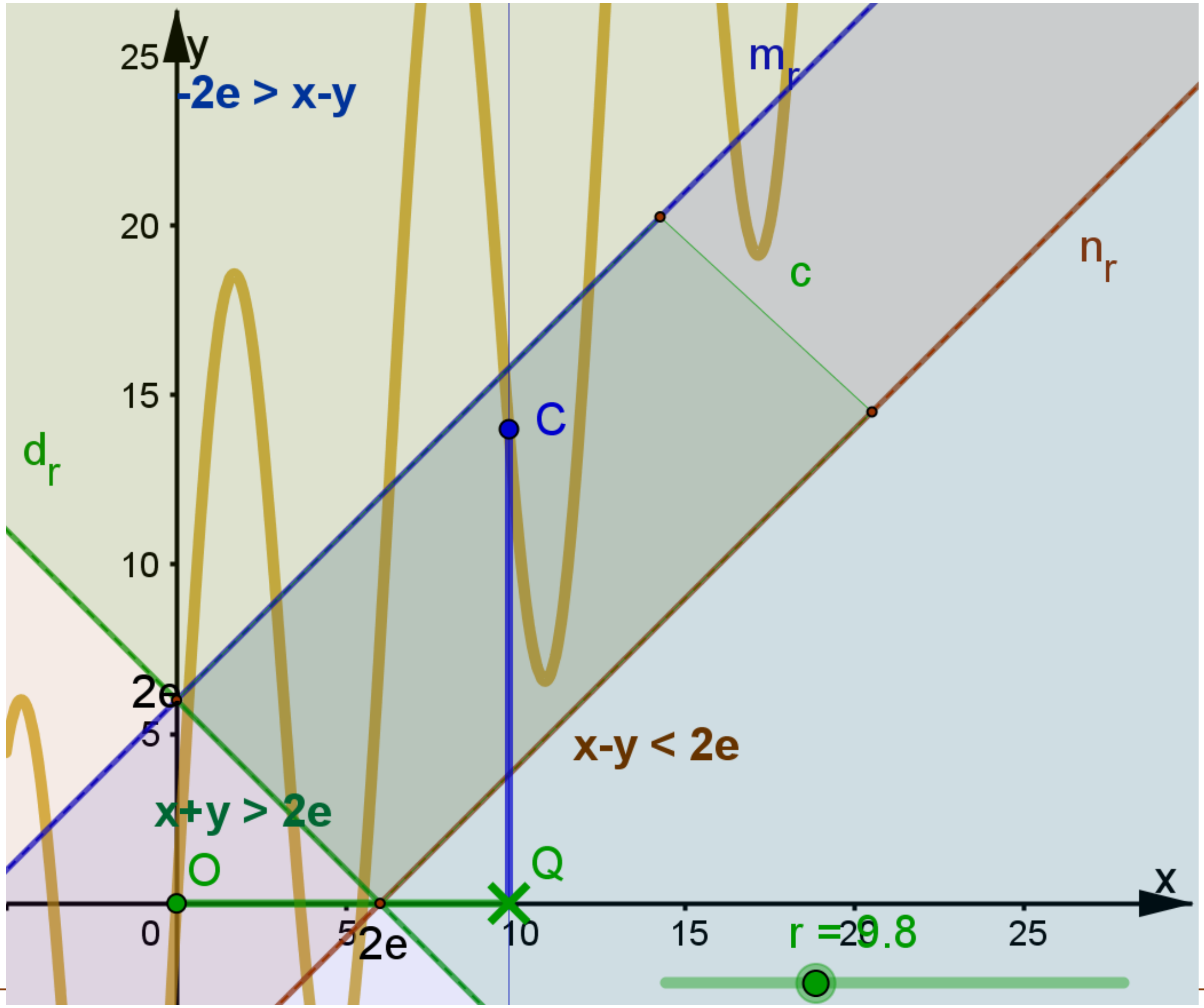
Aber **Verstehen** geschieht hiermit!

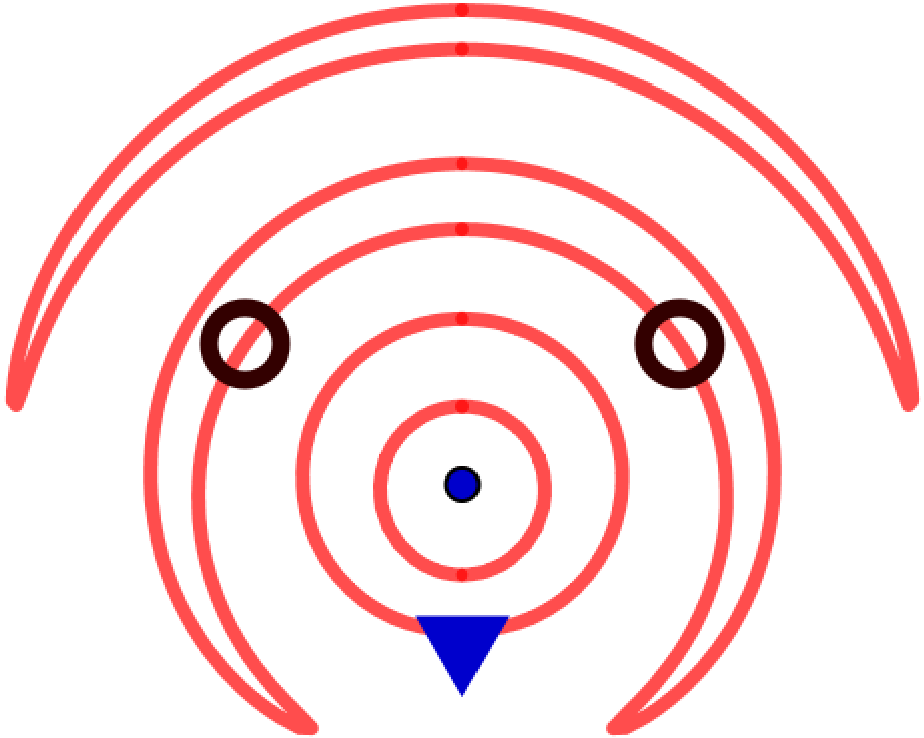




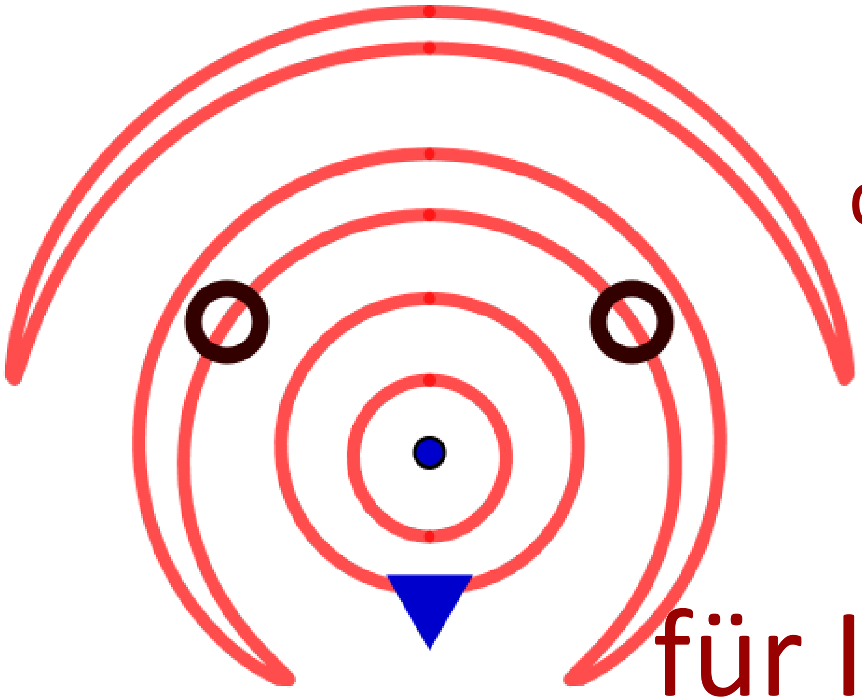
Barocke Blüten und Früchte münden in Freiheit

Was können wir nun vorhersagen?





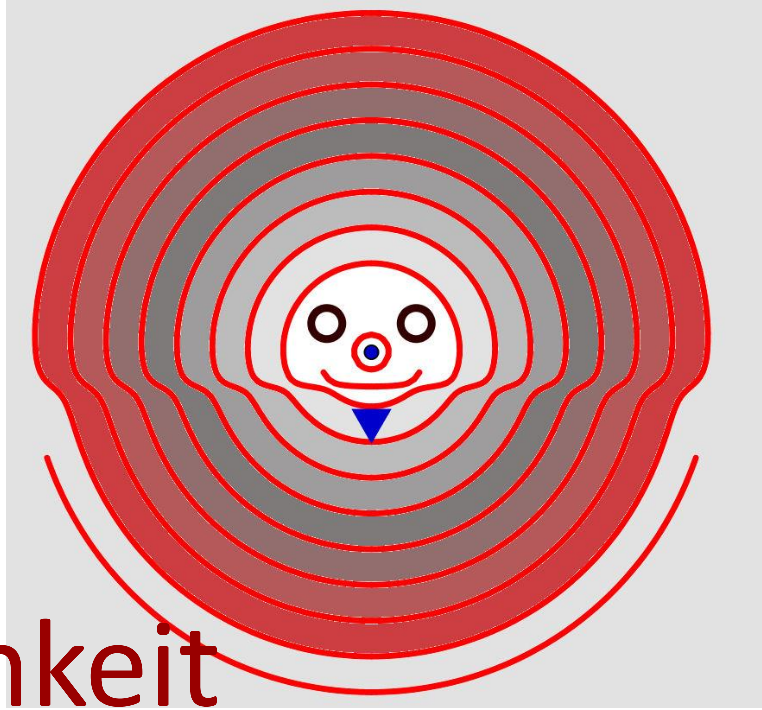
Kurven und Tiefe, Geometrie und Freiheit



der schräge Sinus-Teddy
und die
Tangens-Grinsekatze

bedanken sich mit mir

für Ihre Aufmerksamkeit



www.kurven-erkunden-und-verstehen.de