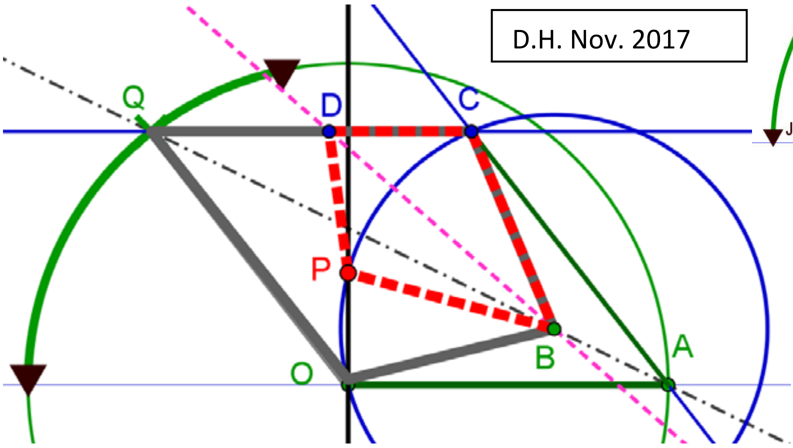
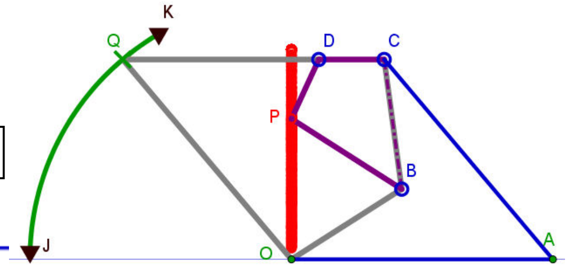
Kempe-Drachen-Gelenk

D.H. Nov. 2017

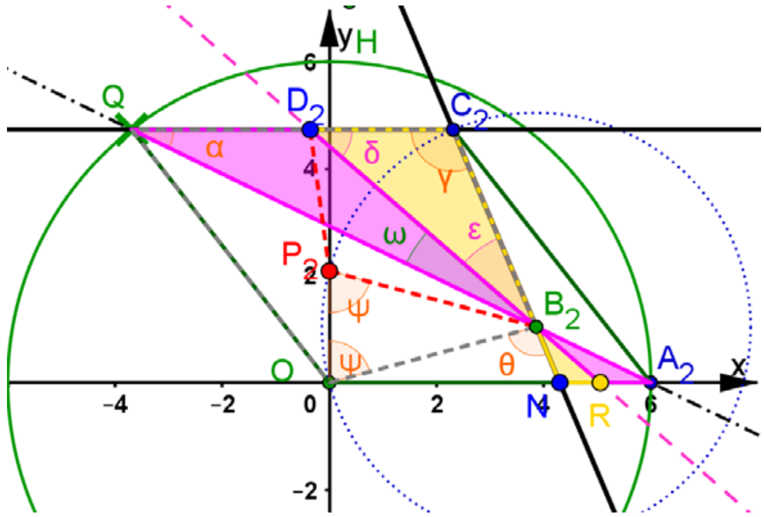




Konstruktion und Behauptung siehe unten

Die Drachen QOBC und

BCDP sind ählich.



Großer Drachen bei B2:

$$2(\varepsilon+\omega)$$

Kleiner Drachen bei B2 2ε

gleichschenkliges Dreieck bei B2

$$\pi-2\psi$$

Gestreckter Winkel bei B2

$$2\varepsilon+\pi-2\psi+\pi-2(\varepsilon+\omega)=\pi$$

$$\Leftrightarrow \pi=2\psi+2\omega$$

Dreieck O A2 B2

$$\frac{\pi}{2}-\psi+\pi-2(\varepsilon+\omega)+(\varepsilon+\omega)+\alpha=\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{2}-\psi-\varepsilon-\omega+\alpha=0$$

Zusammengeführt $\alpha=\varepsilon$

Außenwinkelsatz $\delta=\alpha+\omega=\varepsilon+\omega$ Also haben beide Drachen dieselben Winkel, dabei ist γ gemeinsamer Winkel.

Konstruktion

grüner Kreis, Q zugfest darauf

grüne Raute QOAC

blauer Kreis um B mit Radius a

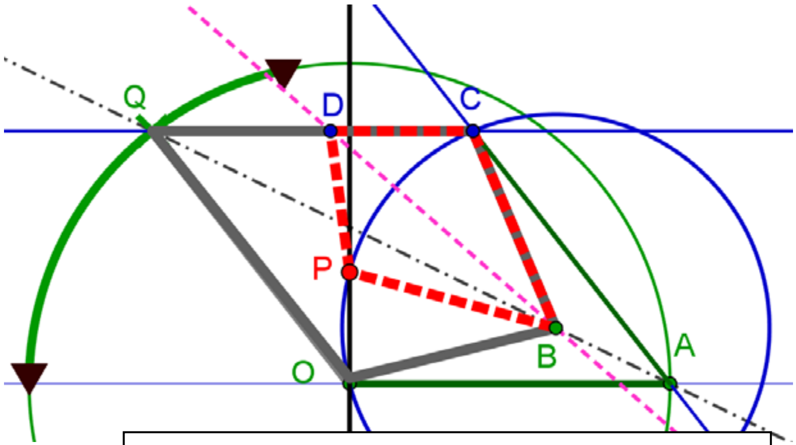
erzeugt P auf y-Achse

Winkelhalbierende von CBP erzeugt D auf QC

Damit existieren die Drachen QOBC und BCDP

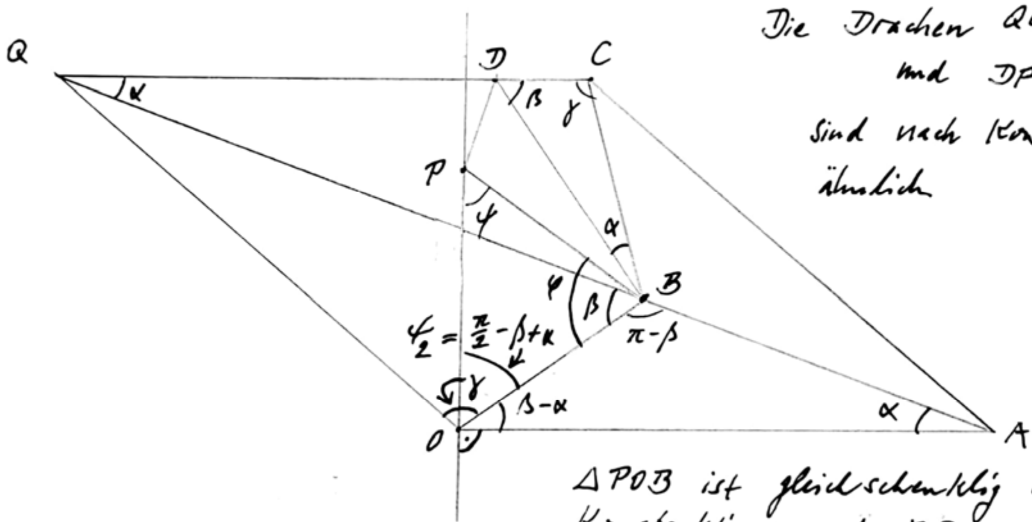
Behauptung: **sie sind ähnlich**

D.R. Nov. 2017



Inversion

Damit der grüne Kreis und die y-Achse inverse Bilder voneinander sind, muss A der Mittelpunkt des Inversionskreises sein und dieser muss durch die gemeinsamen Punkte von y-Achse und grünem Kreis verlaufen. Damit hat er den Radius $\sqrt{2}\,a$.



Die Drachen QOBC und DPBC sind nach Konstruktion ähnlich

ΔPOB ist gleichschenklig nach Konstruktion, und $\sphericalangle POA = 90°$, denn ~~nur~~ dann ist $\psi_2 = \psi$, wie es sein muss:

$$\varphi = 2\beta - 2\alpha$$

$$\psi = \pi - \varphi - \left(\frac{\pi}{2} - \beta + \alpha\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \varphi + \beta - \alpha =$$

$$= \frac{\pi}{2} - 2\beta + 2\alpha + \beta - \alpha$$

$$= \frac{\pi}{2} - \beta + \alpha = \psi_2$$