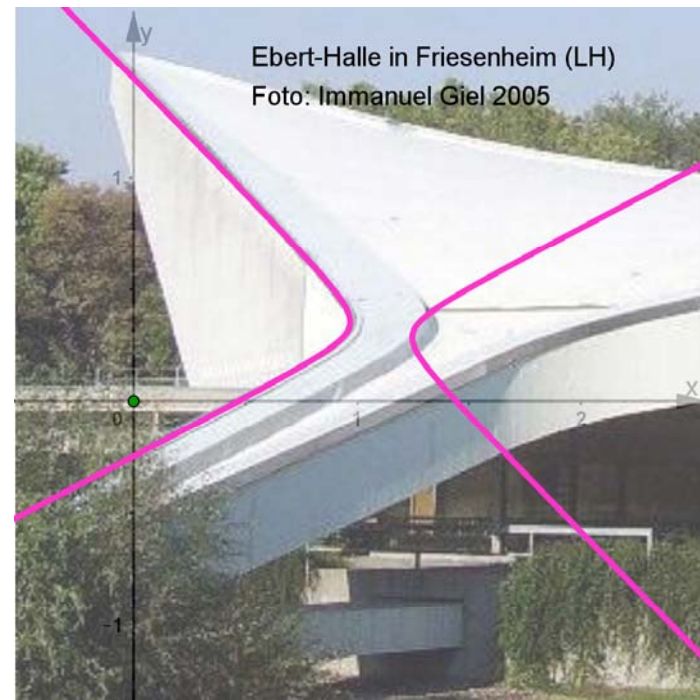
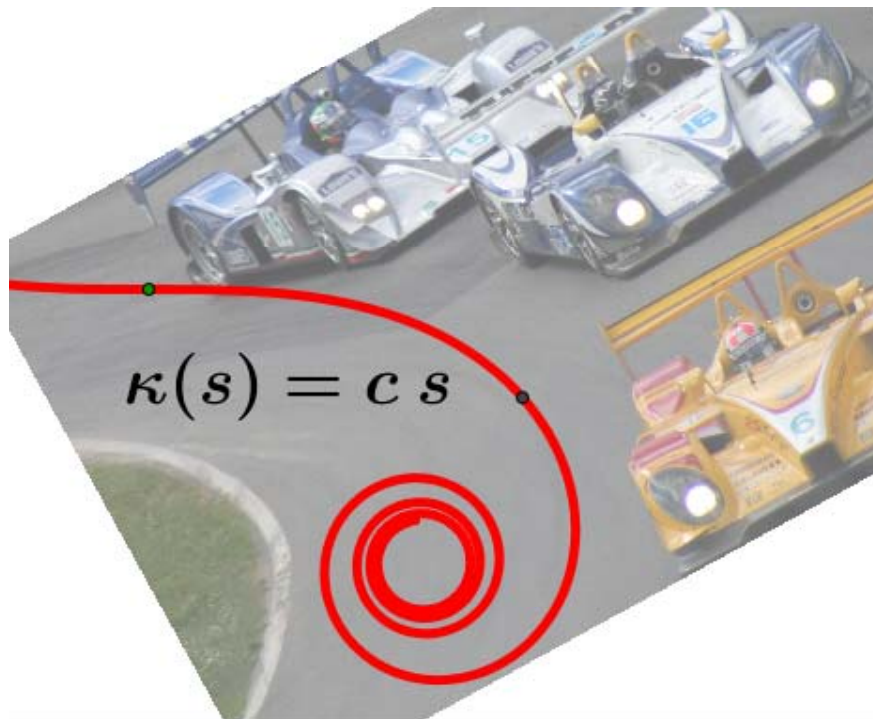


Keine Straße ohne Klothoide



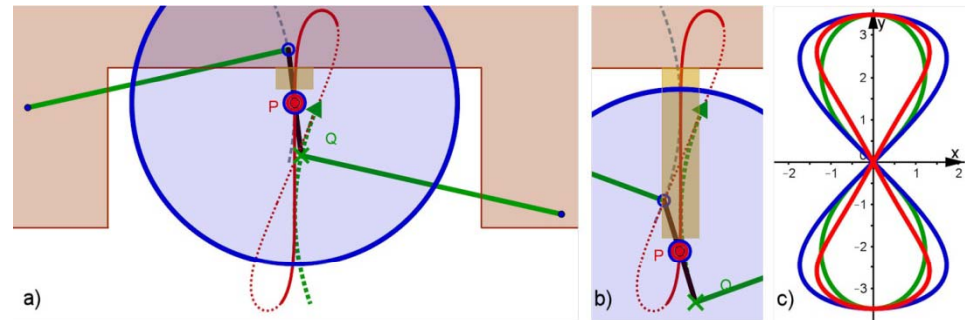
Lernen durch Anwendungen von Kurven
Interaktives Erkunden und Verstehen



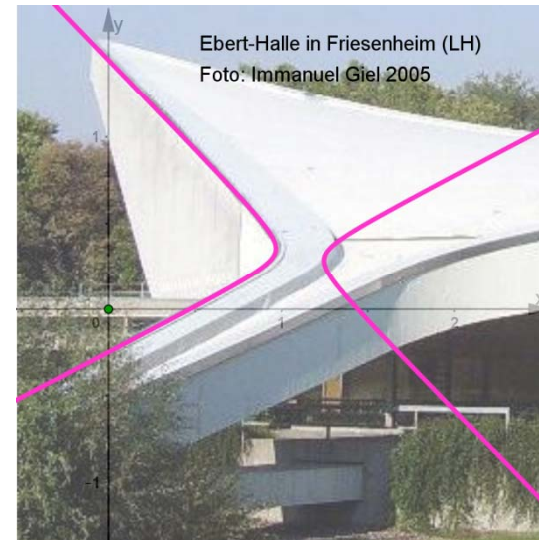
1. Die Klothoide



2. Technische Realisierungen



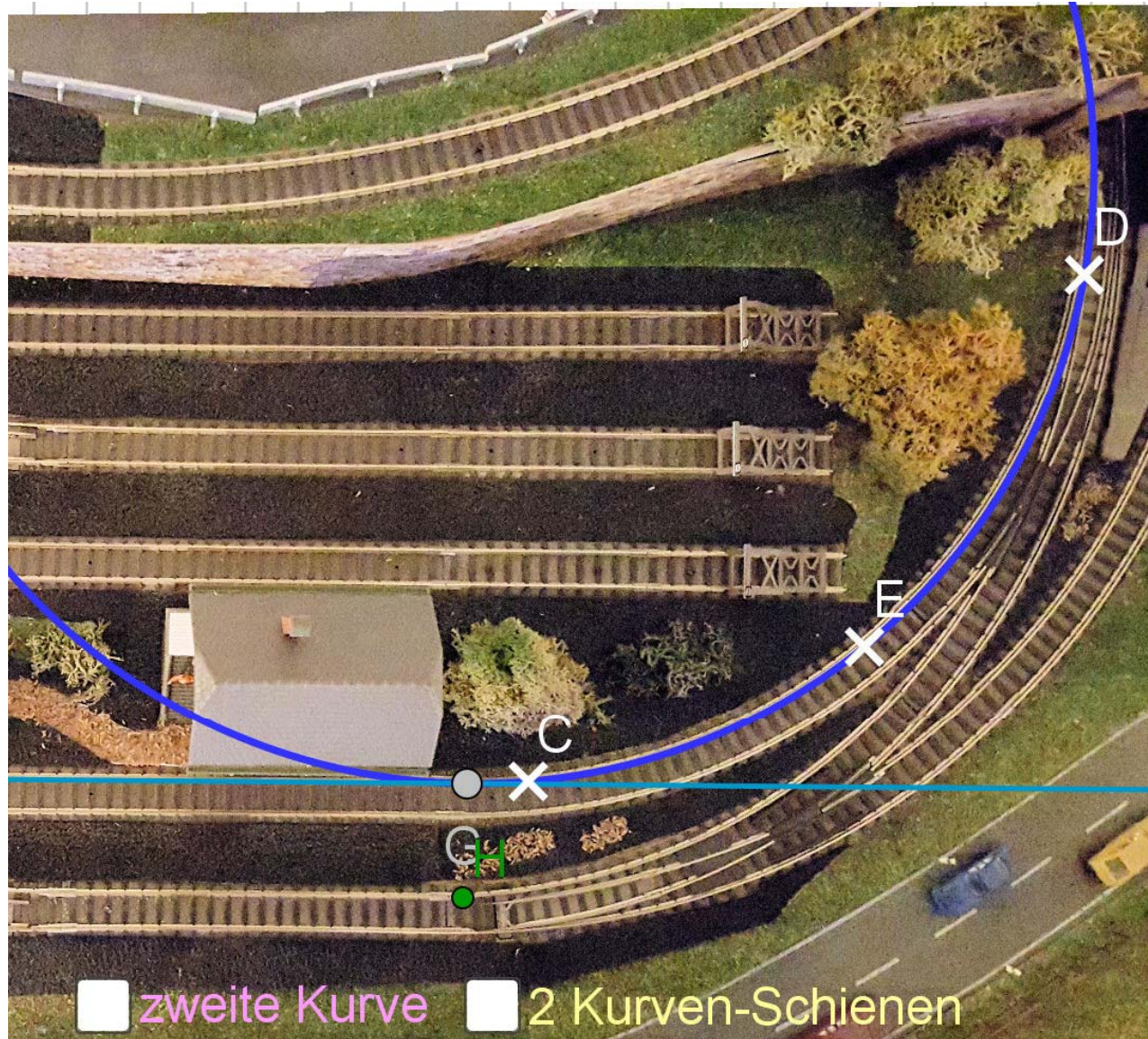
3. Kurven der Architektur



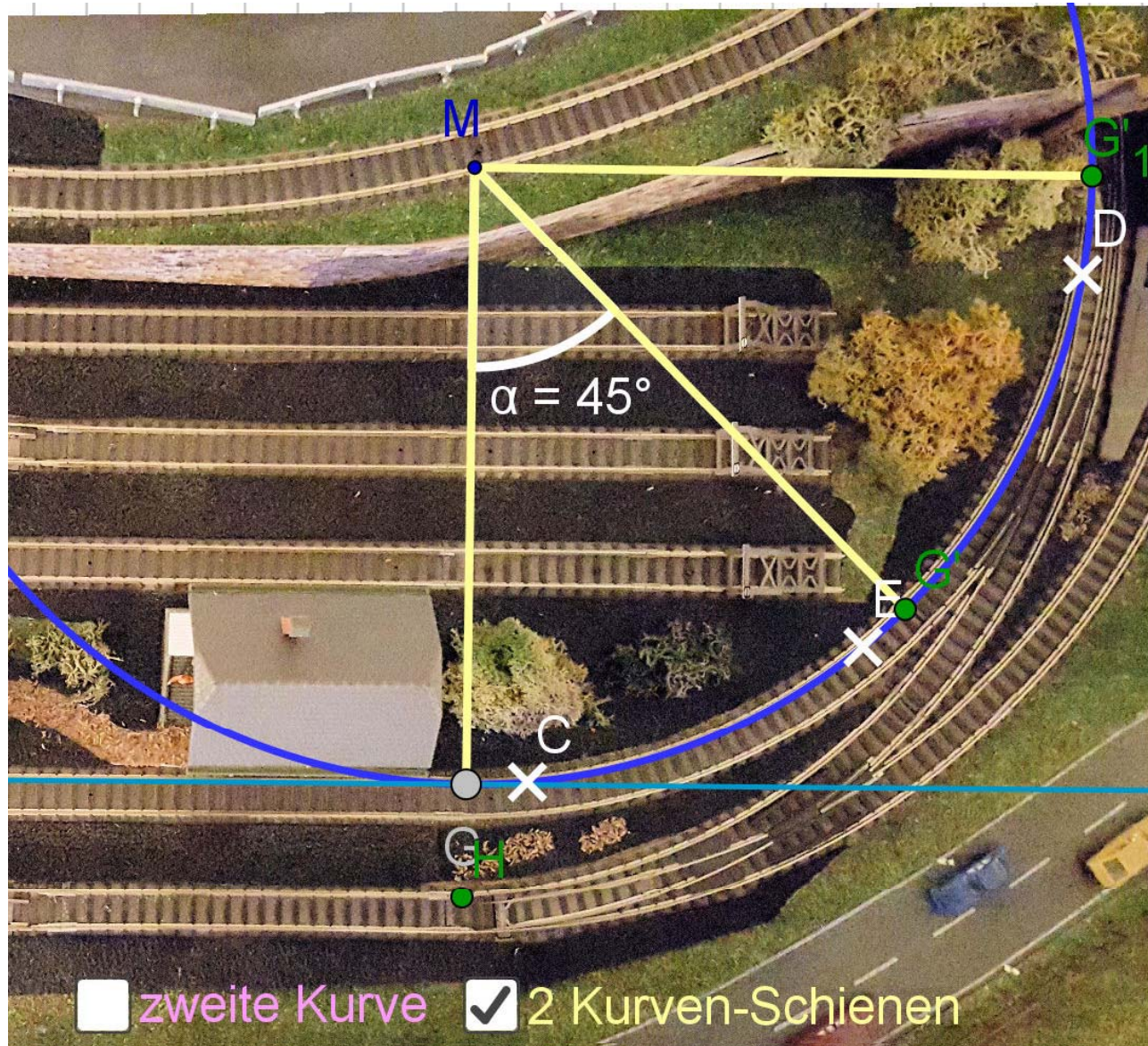
Gerade Schiene ---- Kurven -Schiene



Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis

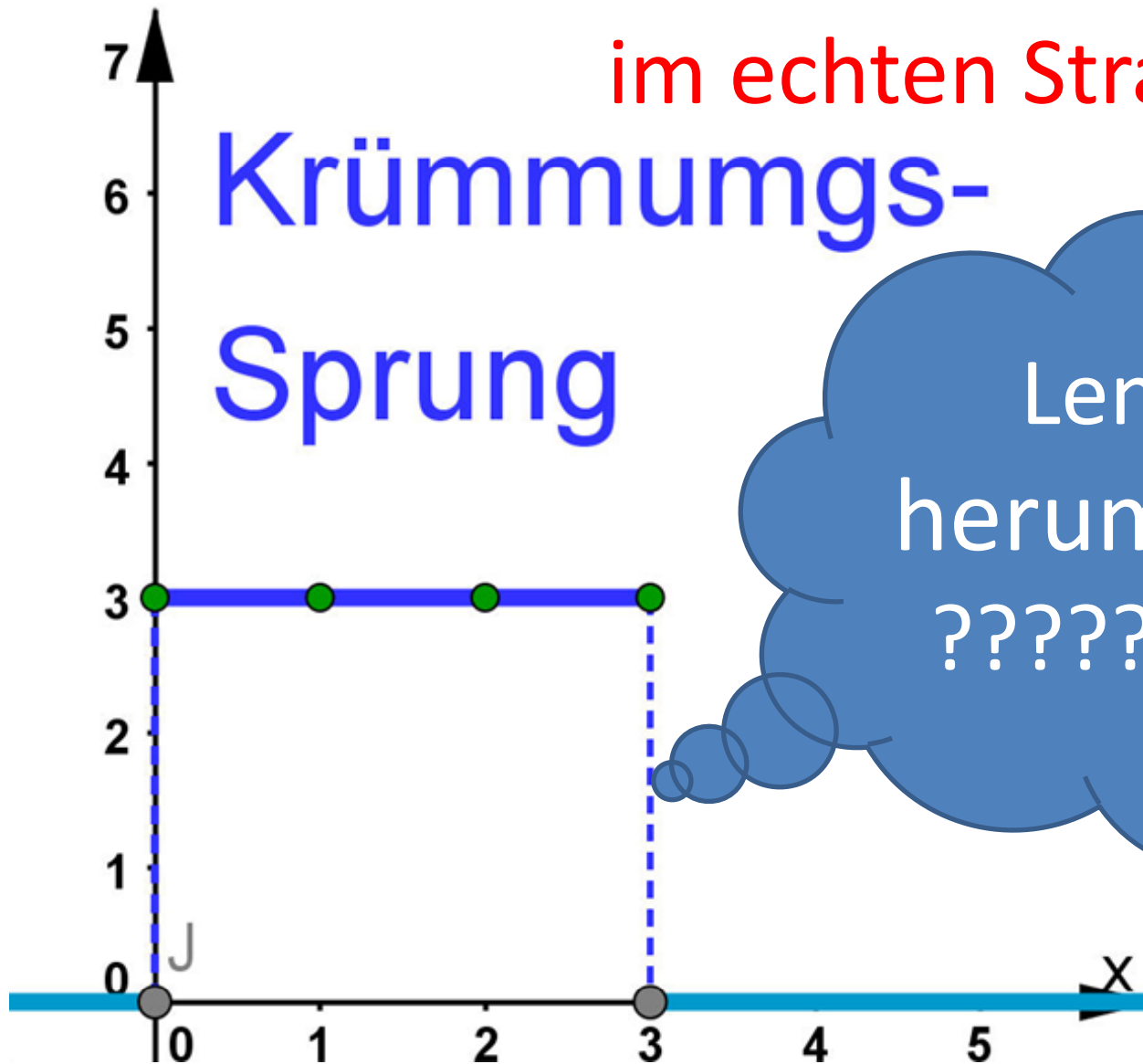


Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis



im echten Straßenverkehr:

Krümmungs-
Sprung

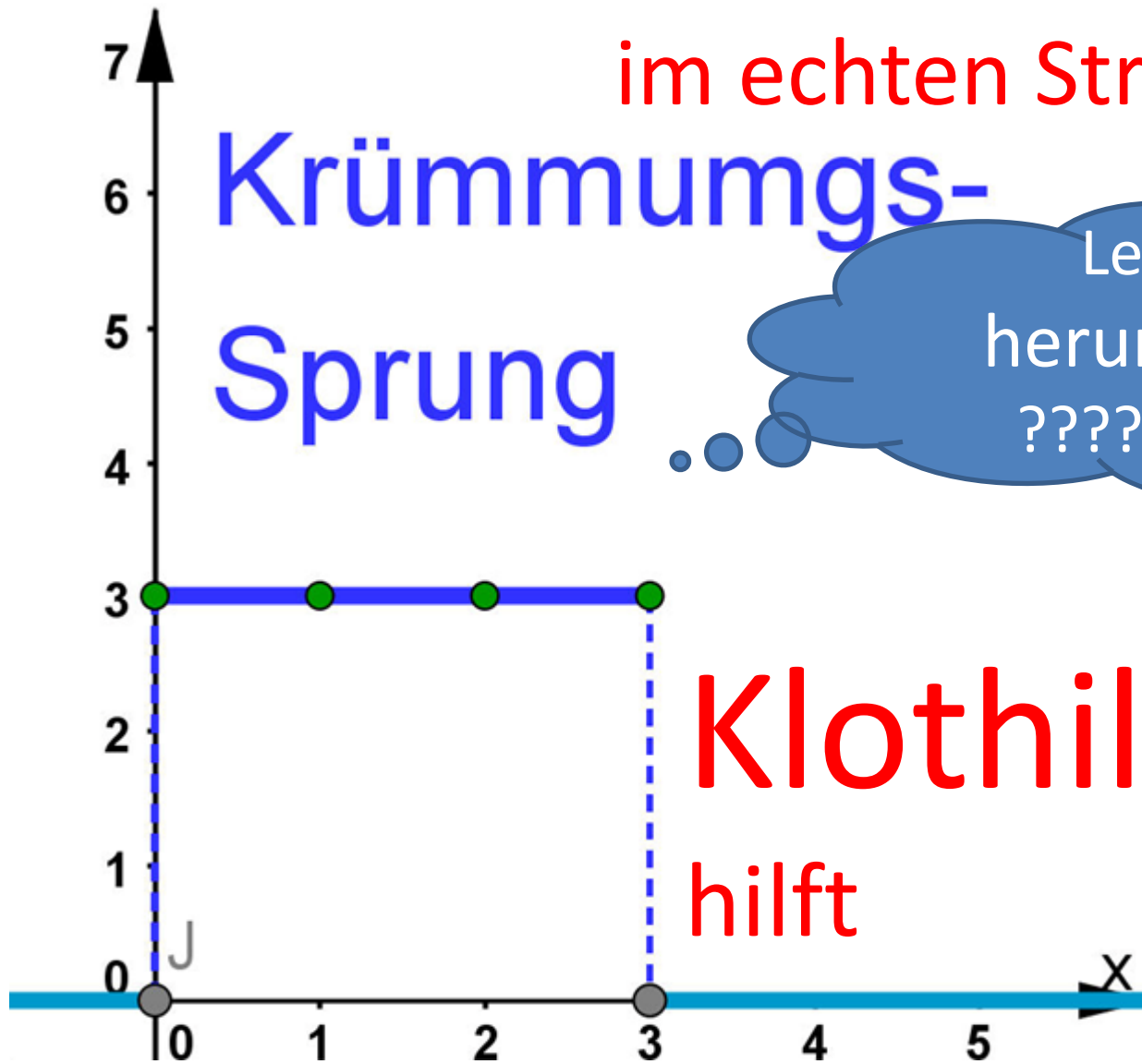


Lenkrad
herumreißen
????????????????

im echten Straßenverkehr:

Krümmungs-
Sprung

Lenkrad
herumreißen
??????????????



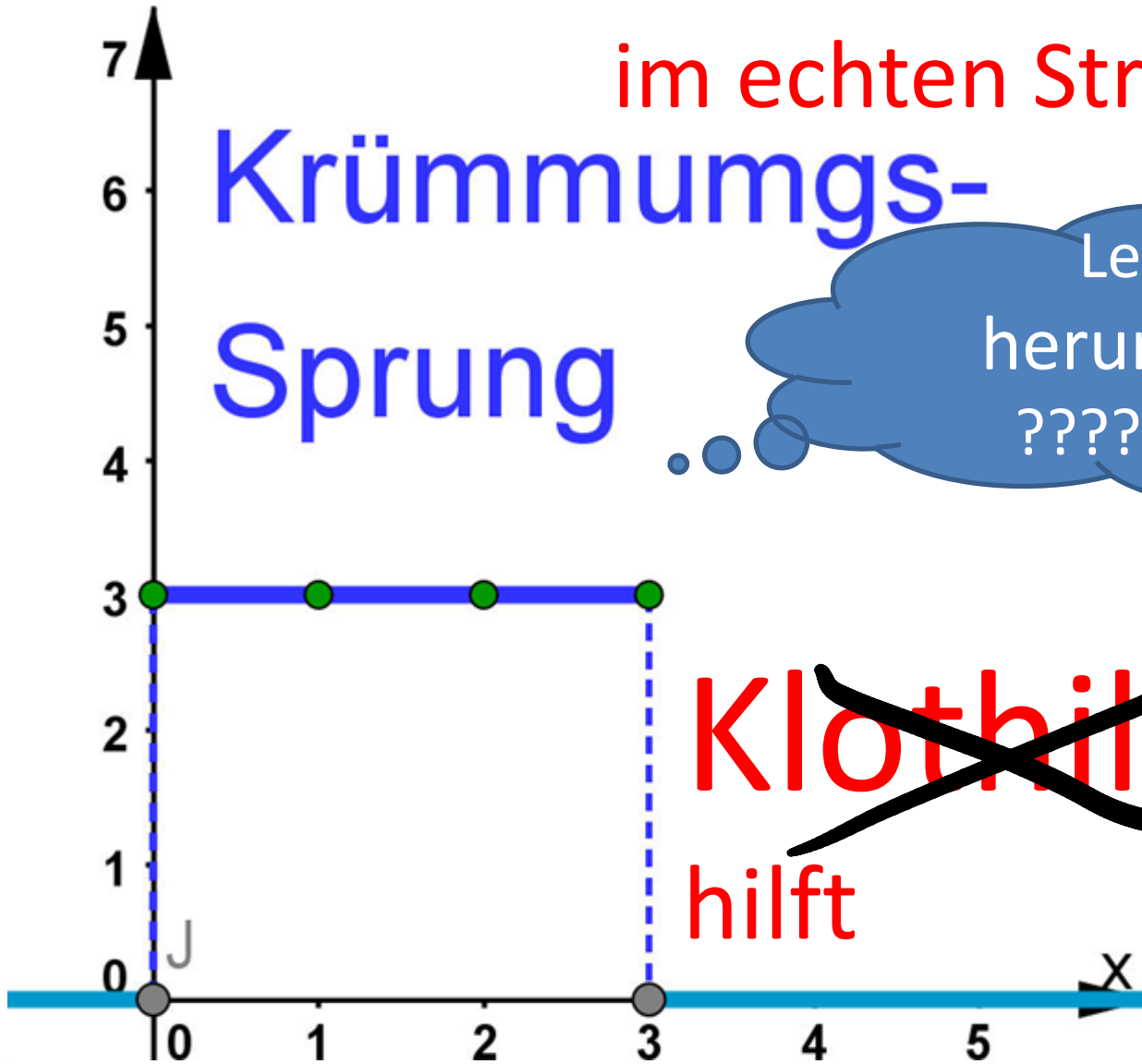
Klothilde
hilft



im echten Straßenverkehr:

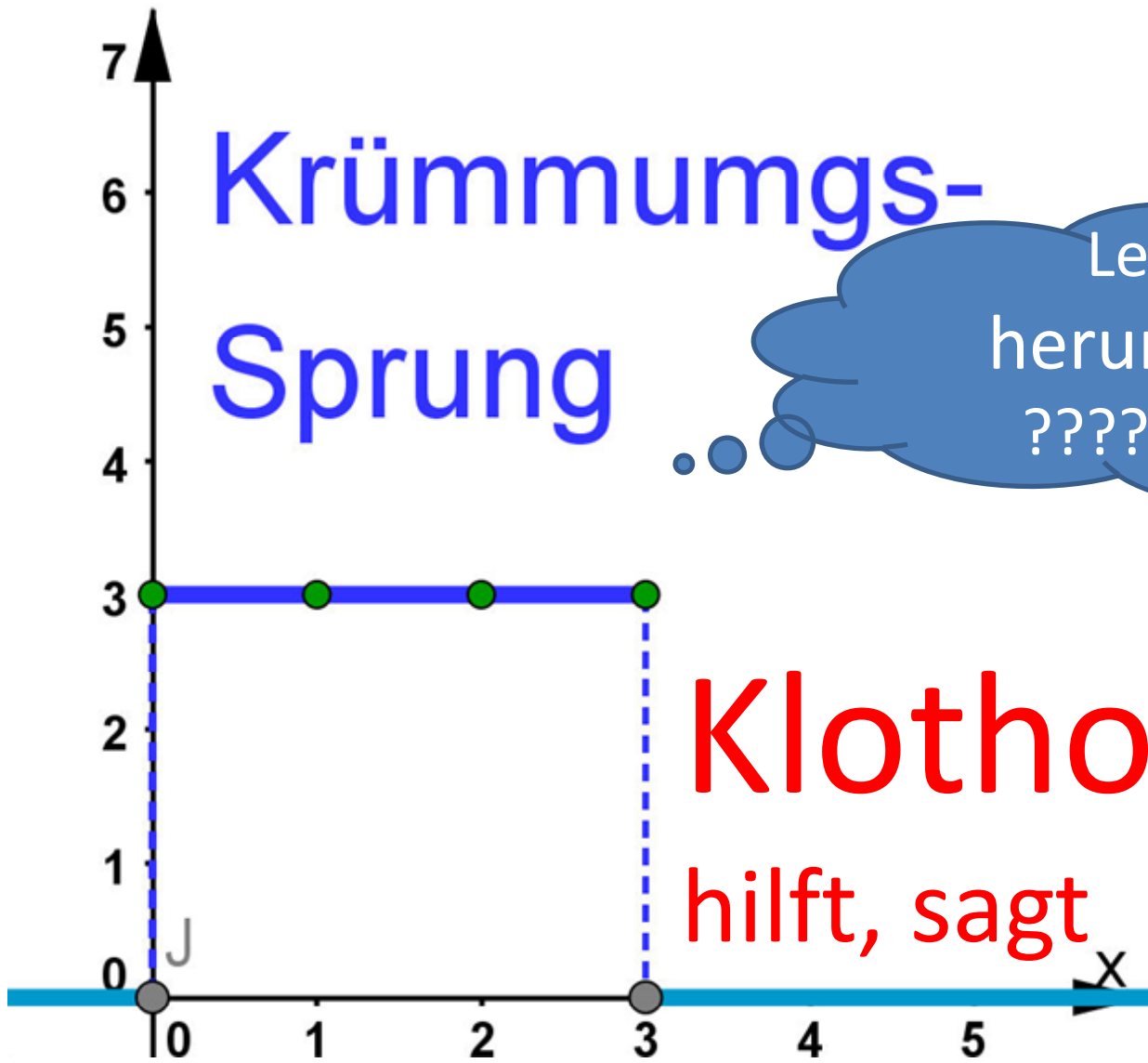
Krümmungs-
Sprung

Lenkrad
herumreißen
??????????????



~~Klothilde~~
hilft





Krümmungs-
Sprung

Lenkrad
herumreißen
??????????????

Klothoide

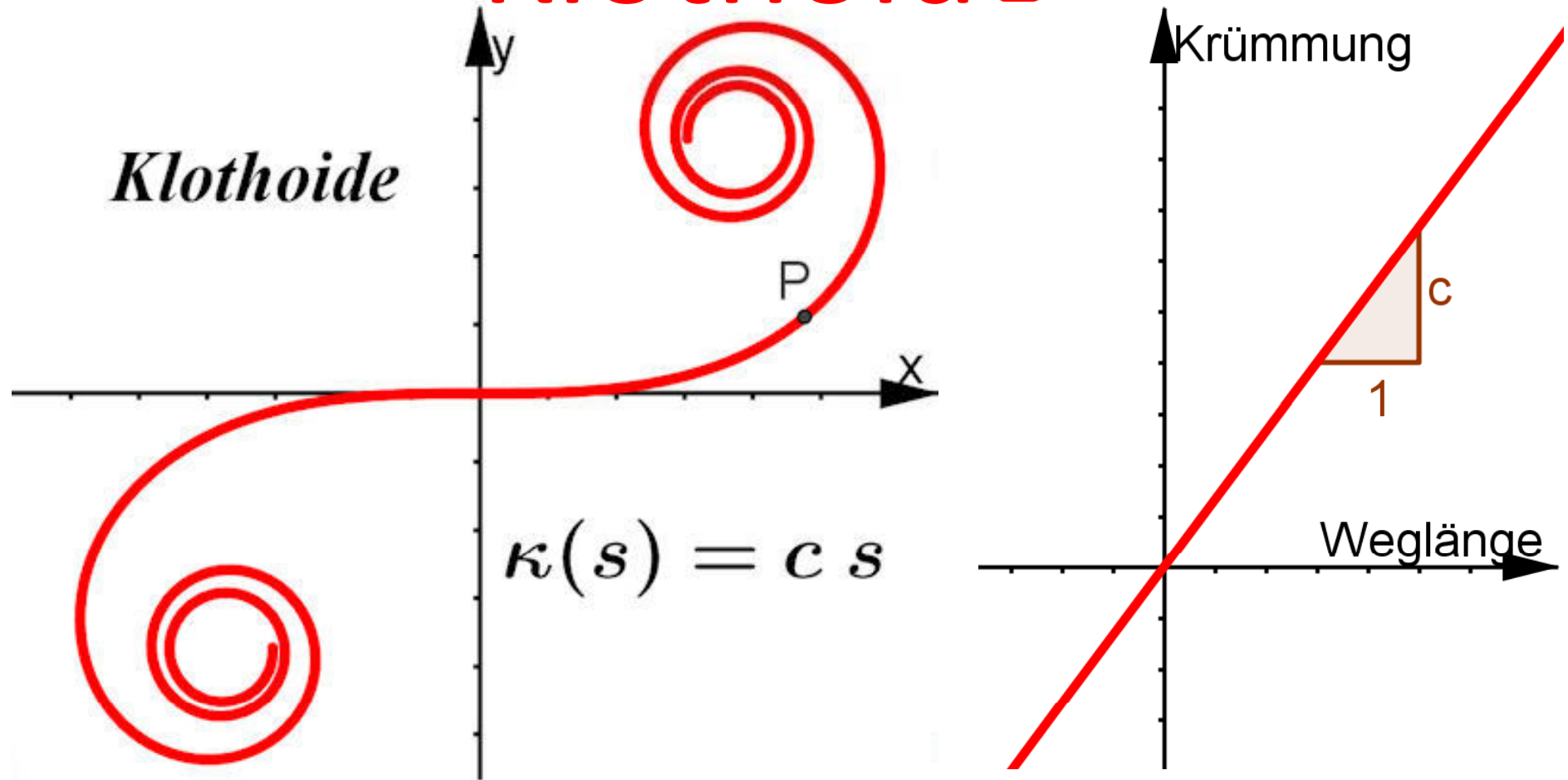
hilft, sagt

Ekkehardt

Ingenieur für Straßenbau

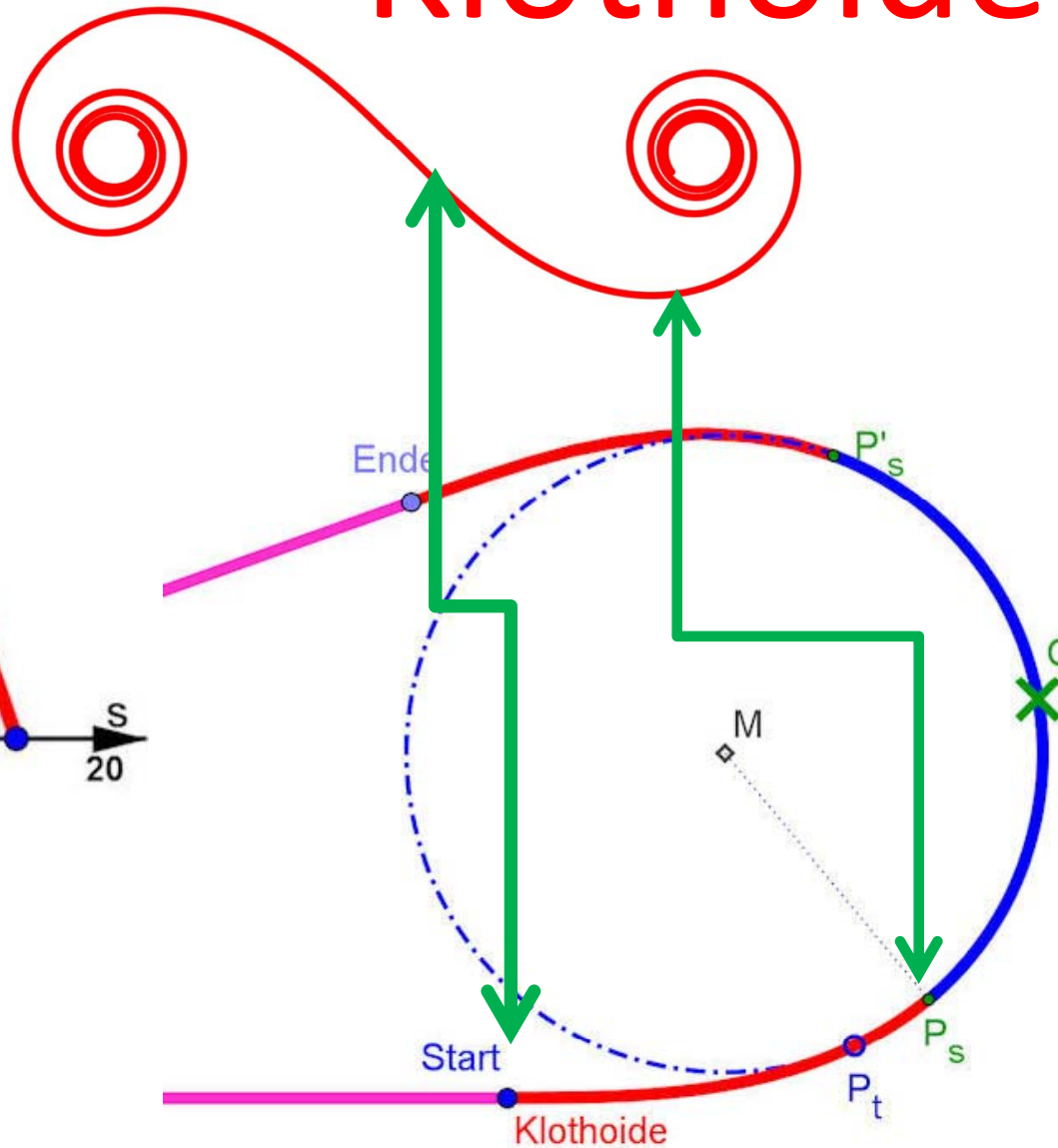
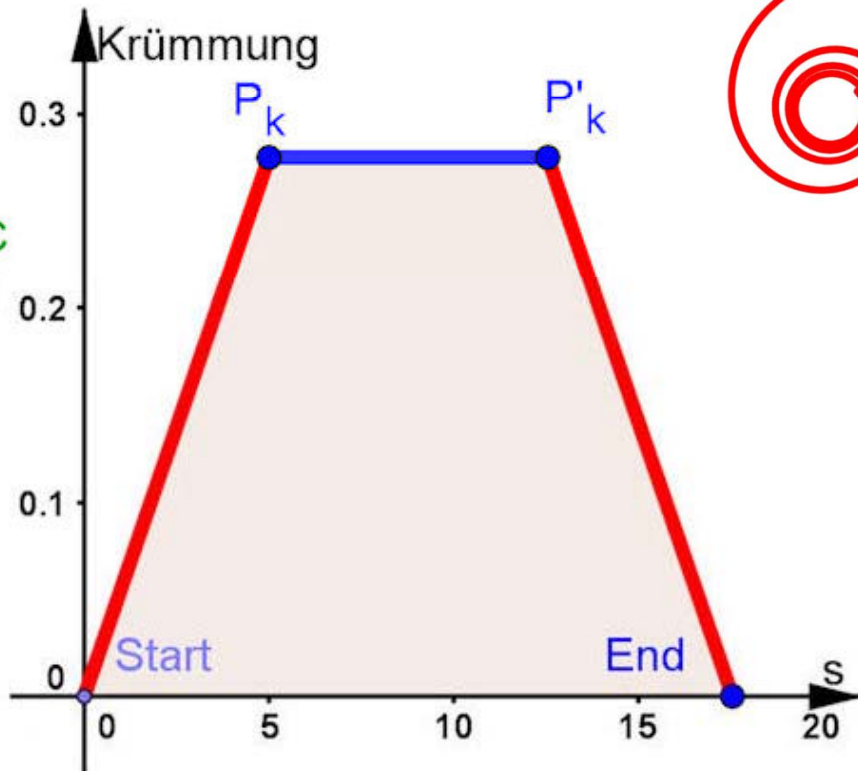


Klothoide



Die Krümmung wächst linear mit der Weglänge s .

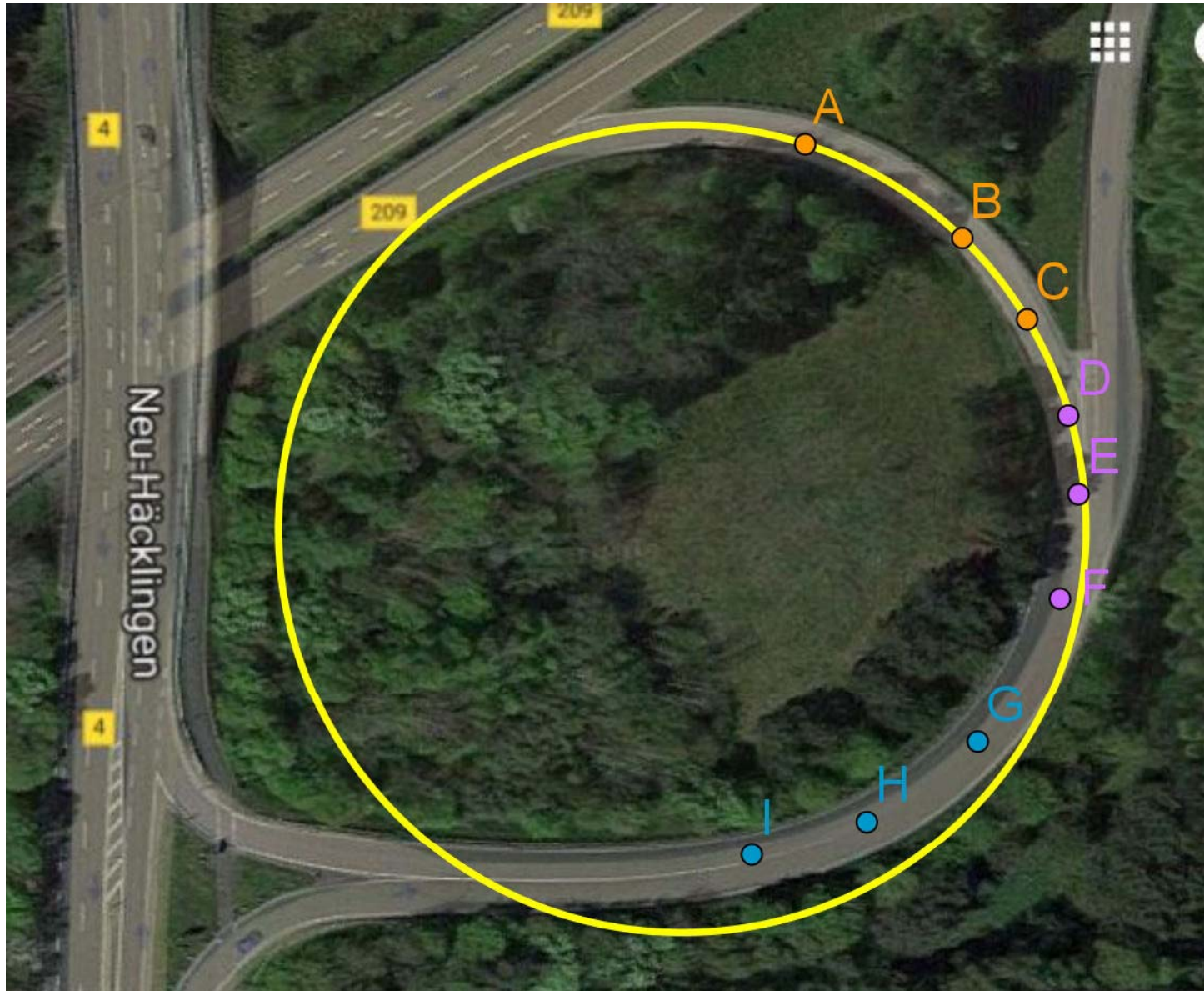
Klothoide



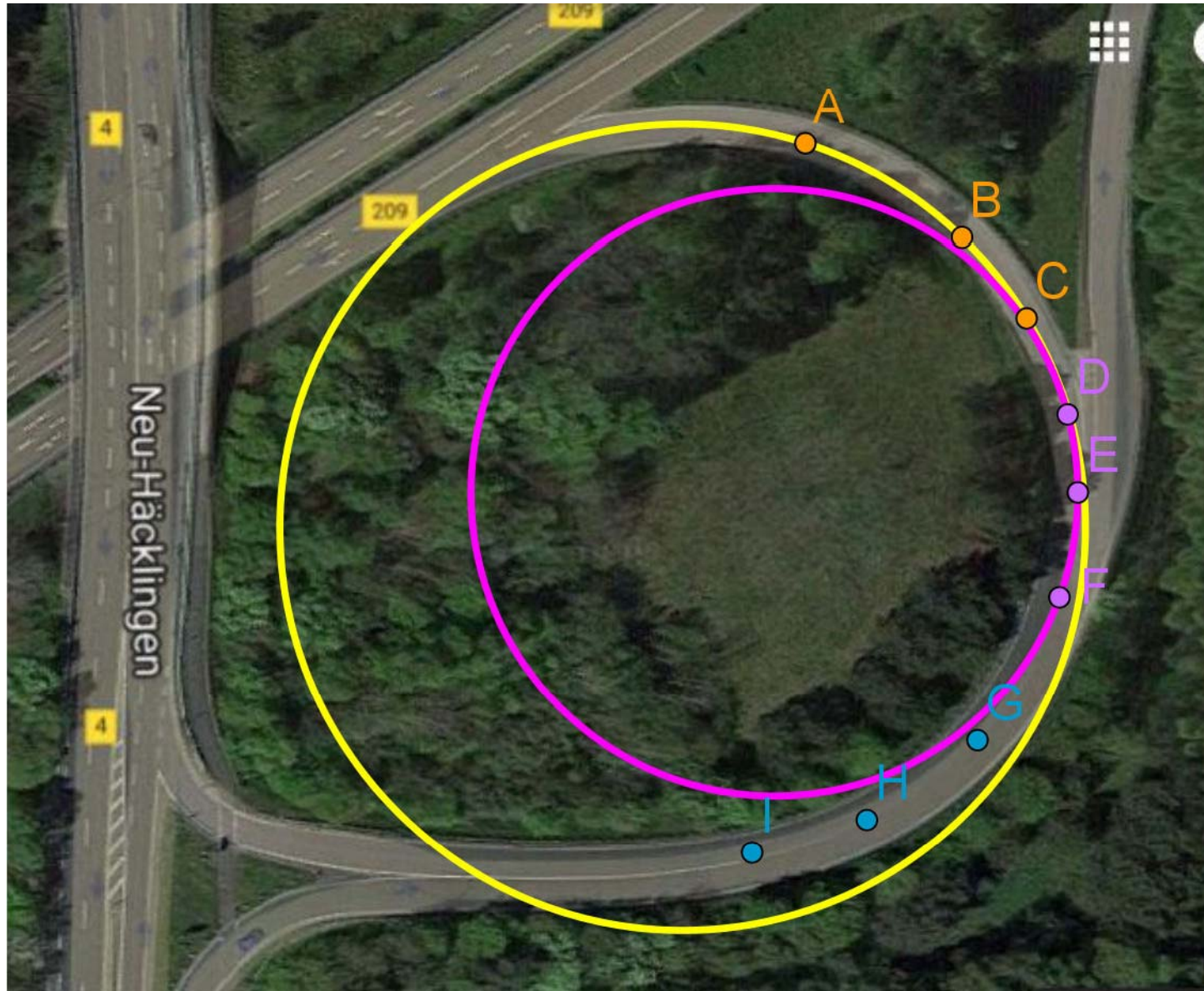
Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



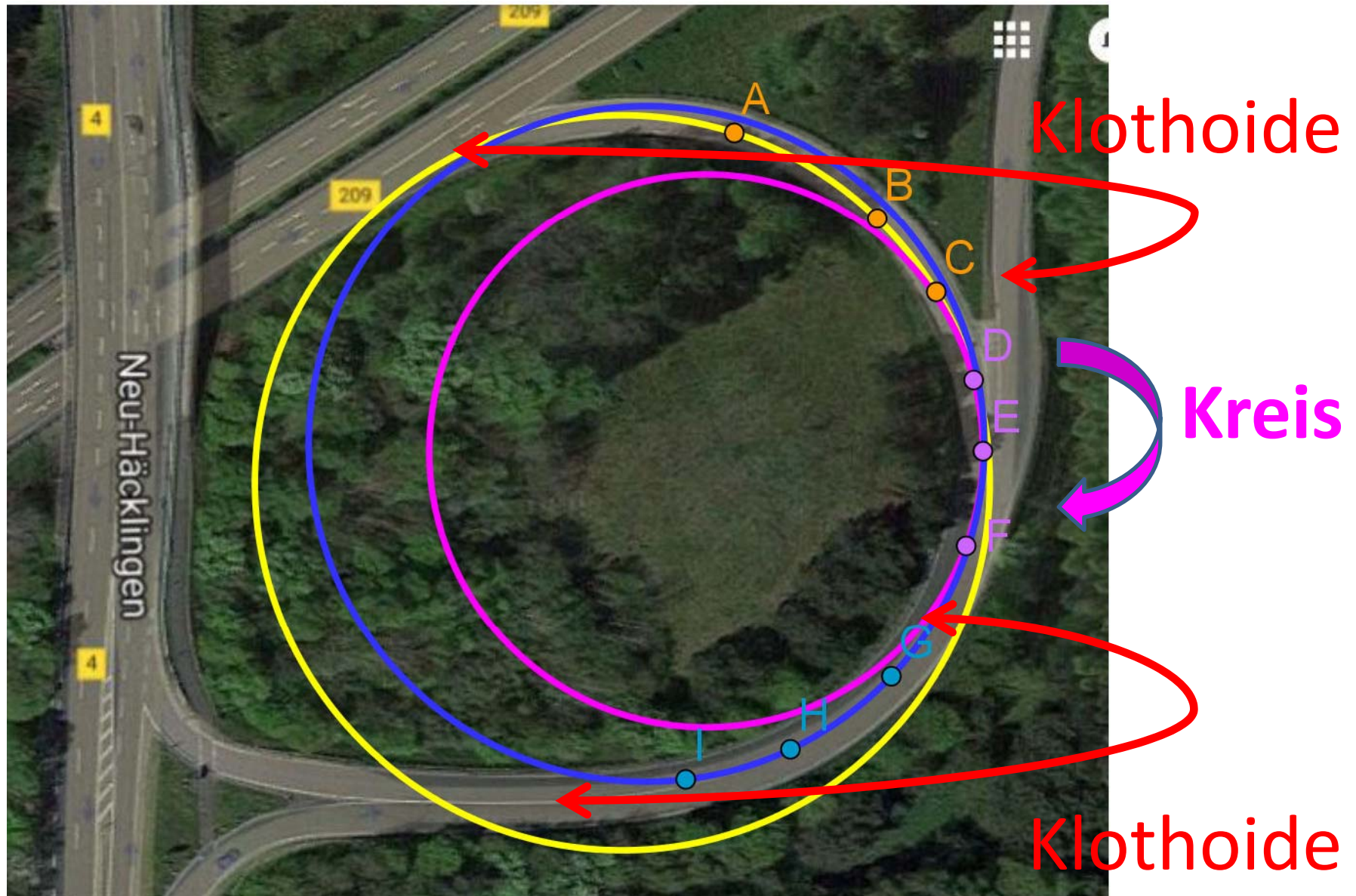
Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



B 216, abbiegen nach Bleckede

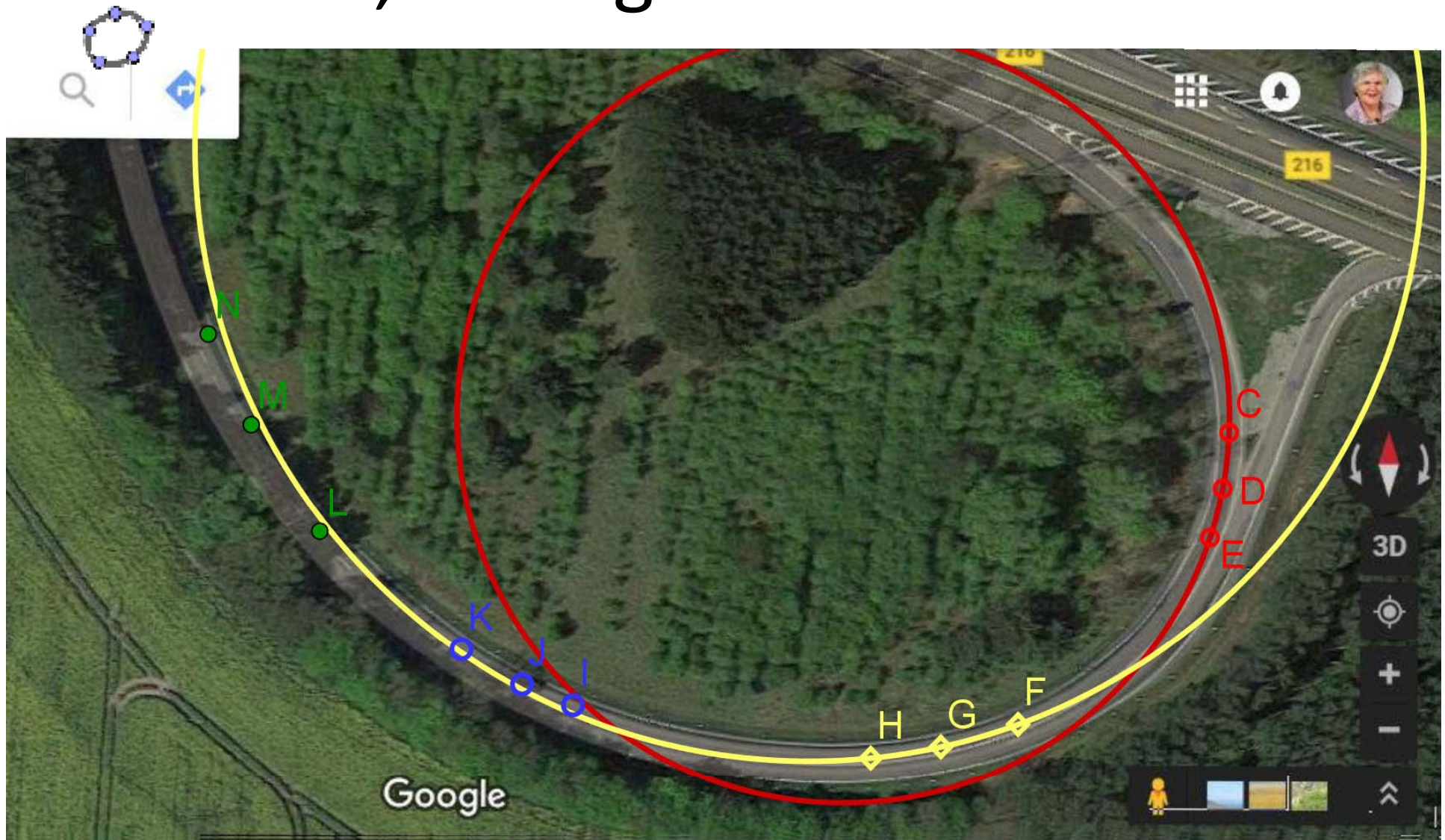


Lüneburg
Industriegebiet
Hafen

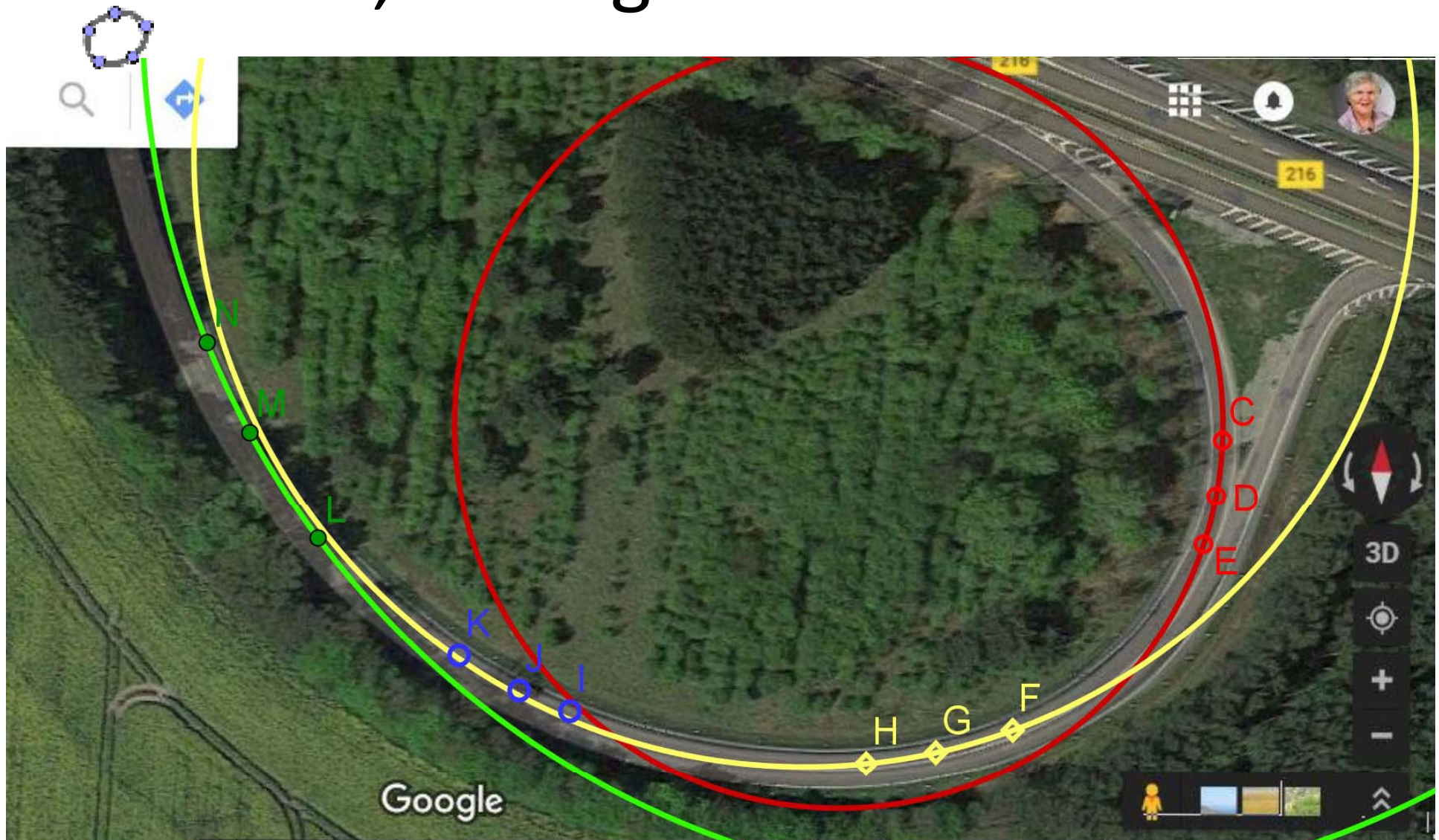
B 216, abbiegen nach Bleckede



B 216, abbiegen nach Bleckede



B 216, abbiegen nach Bleckede

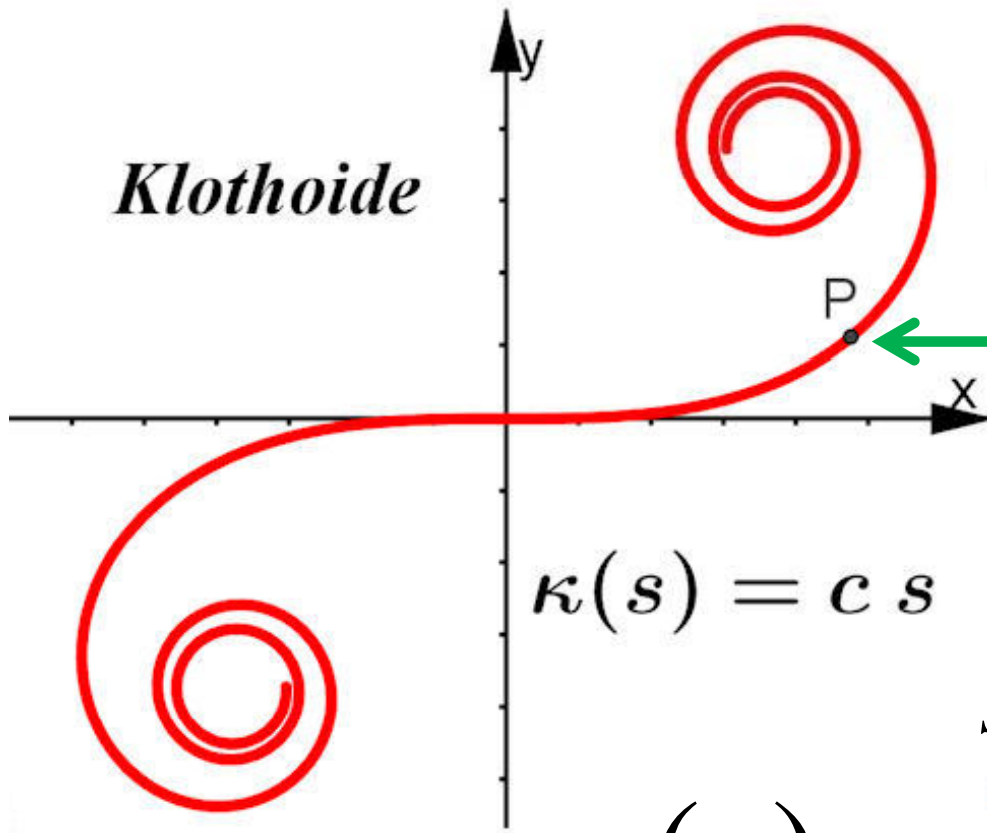




Einlenken, raus lenken,
nochmal einlenken, dann ganz rauslenken



Klothoide



Klothoide

$$P = (x(s), y(s))$$

Parameter-
darstellung

$$\kappa(s) = c s$$

$$x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{c}{2} t^2\right) dt$$

$$y(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{c}{2} t^2\right) dt$$

$\kappa\lambda\omega\theta\omega$

klotho

= spinnen



Klothoide

$$\kappa(s) = c \cdot s$$

Herleitung der Formeln

$$d x = \cos(\alpha) d s \quad x = \int \cos(\alpha) d s$$

$$d y = \sin(\alpha) d s \quad y = \int \sin(\alpha) d s$$

Definition

$$\kappa(s) = \frac{d \alpha}{d s}$$

$$d \alpha = \kappa(s) d s = c s d s \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{c}{2} s^2$$

Klothoide

$$x(s) = \int_0^s \cos\left(\frac{c}{2} t^2\right) d t \quad y(s) = \int_0^s \sin\left(\frac{c}{2} t^2\right) d t$$

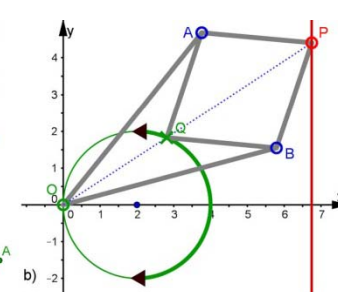
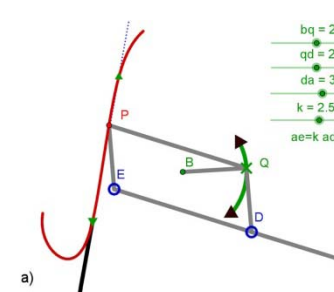
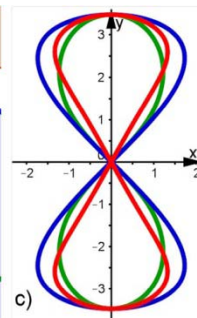
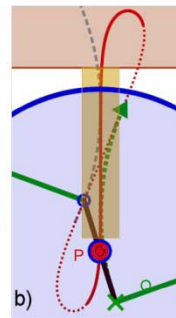
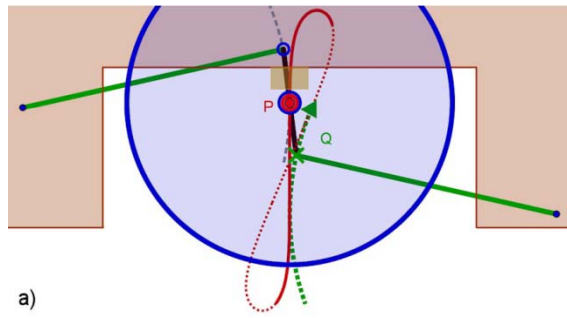
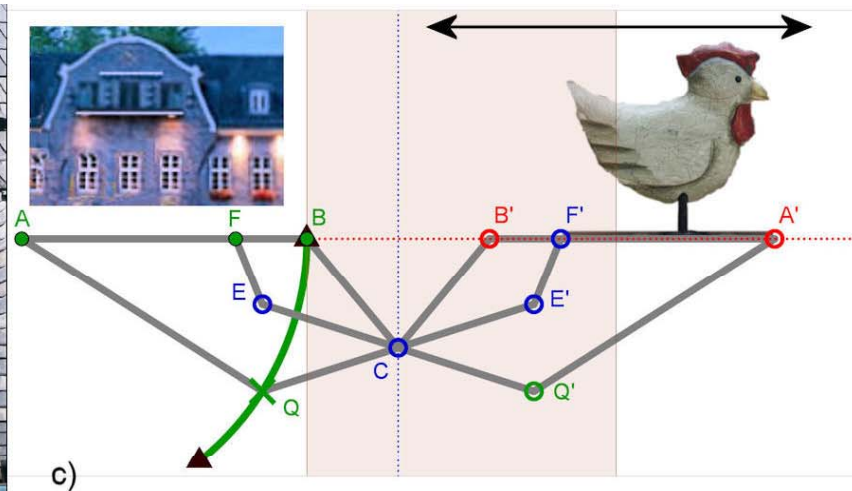
Keine
Straße
ohne
Klothoide



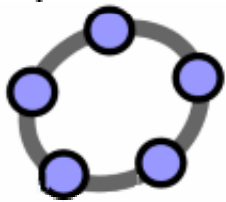
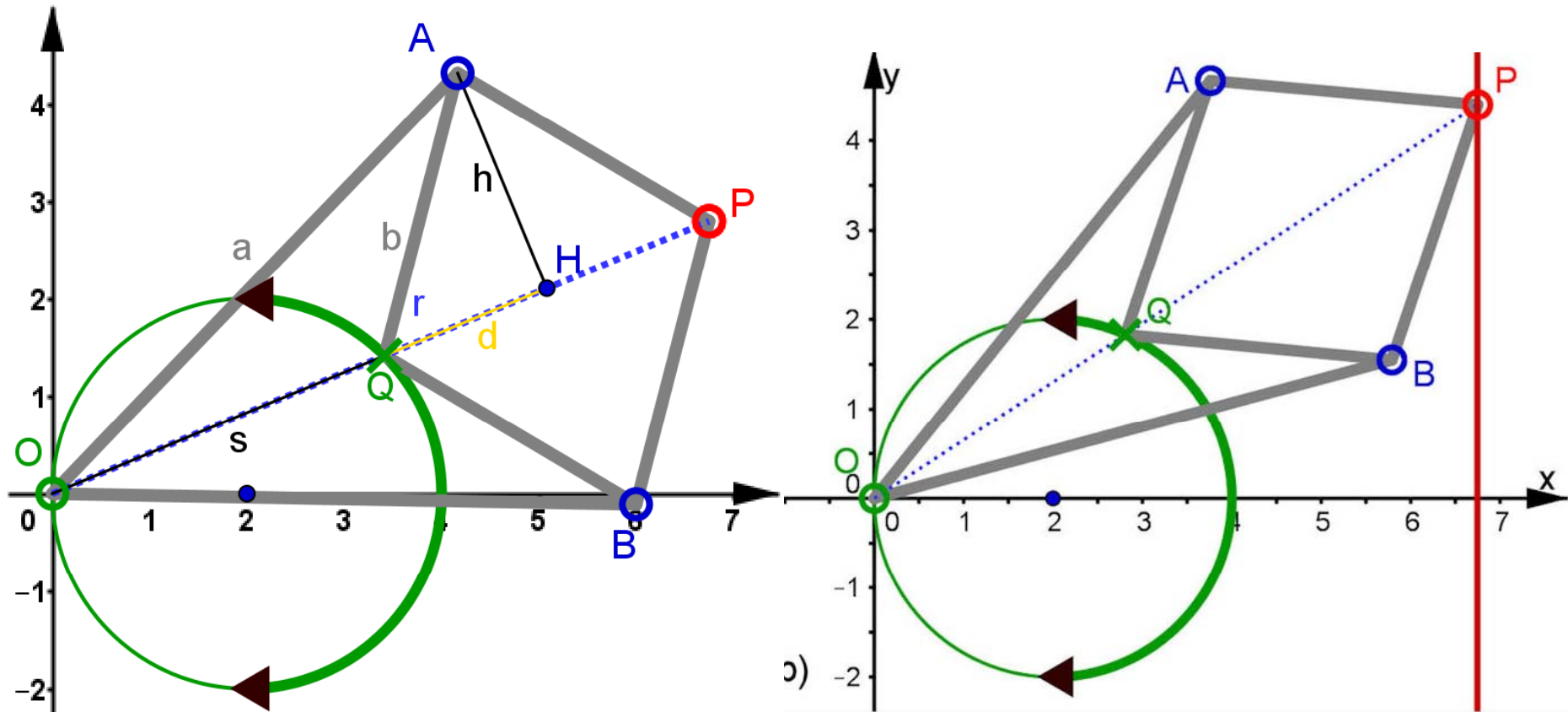
sagt
Ekkehardt

Na, wie viele Klothoiden hatten Sie denn heute schon ?

Gelenke



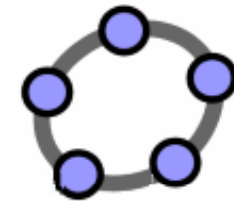
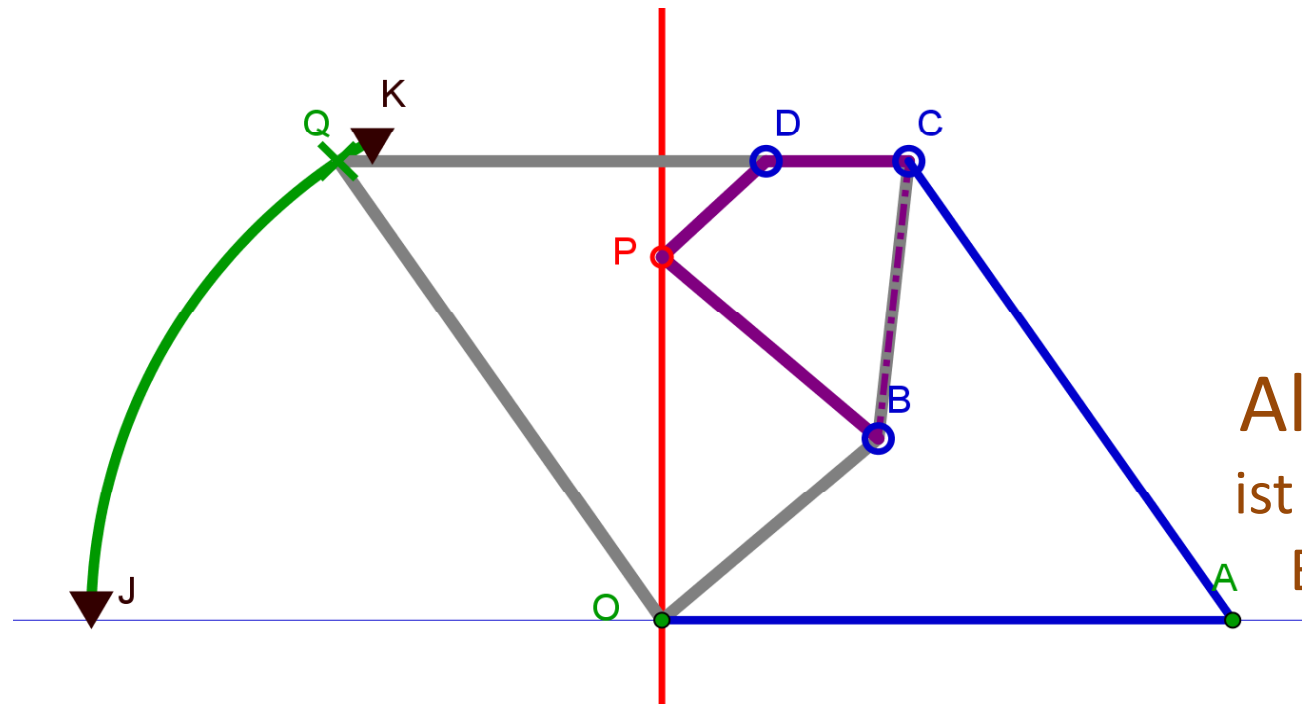
Inversor von Peaucellier 1864



Kreisbewegung und Geradführung
mit Hilfe der Kreisspiegelung

$$r \cdot s = (s + 2d)s = s^2 + 2ds + d^2 - d^2 = (s + d)^2 - d^2 = a^2 - h^2 - b^2 + h^2 = a^2 - b^2 =: k^2$$

Drachengelenk von Kempe um 1877

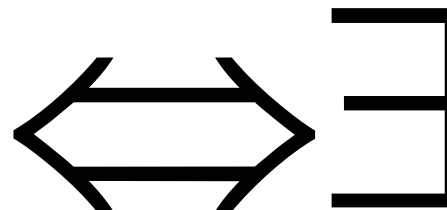


Alfred B. Kempe
ist auch durch seinen
Beweisversuch von
1879 zum
Vierfarbensatz
bekannt

Kreisbewegung und Geradführung
mit Hilfe ähnlicher Drachen

Satz von Kempe

algebraische Kurve



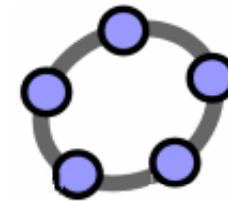
Stangengelenk

Gelenke in der Mechanik

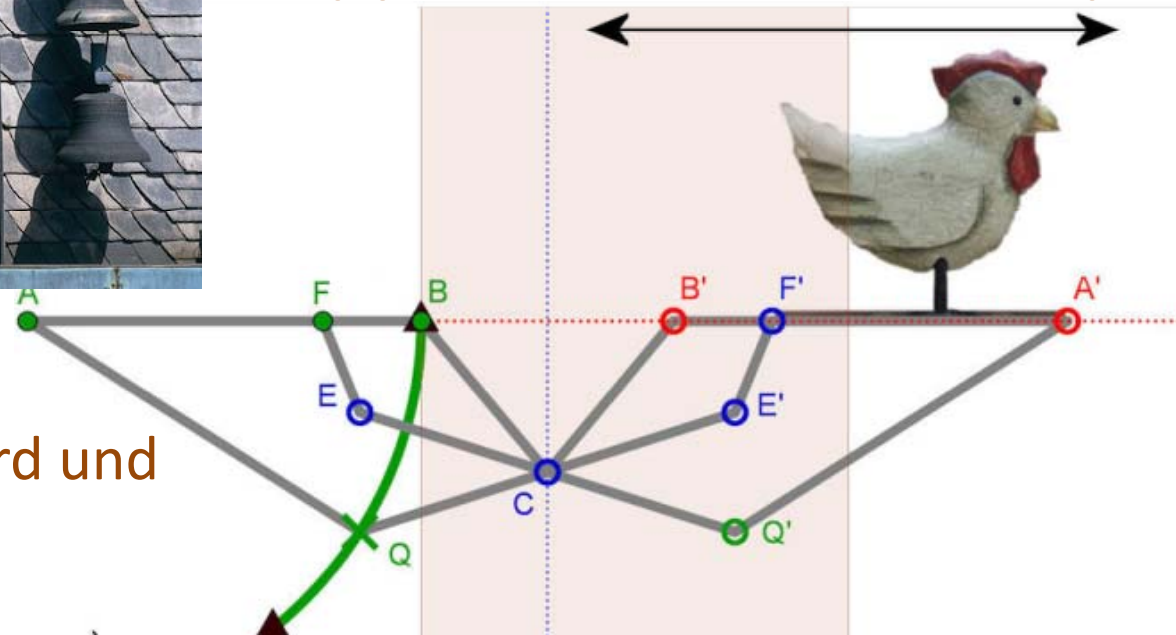


Goslar, Bergamt

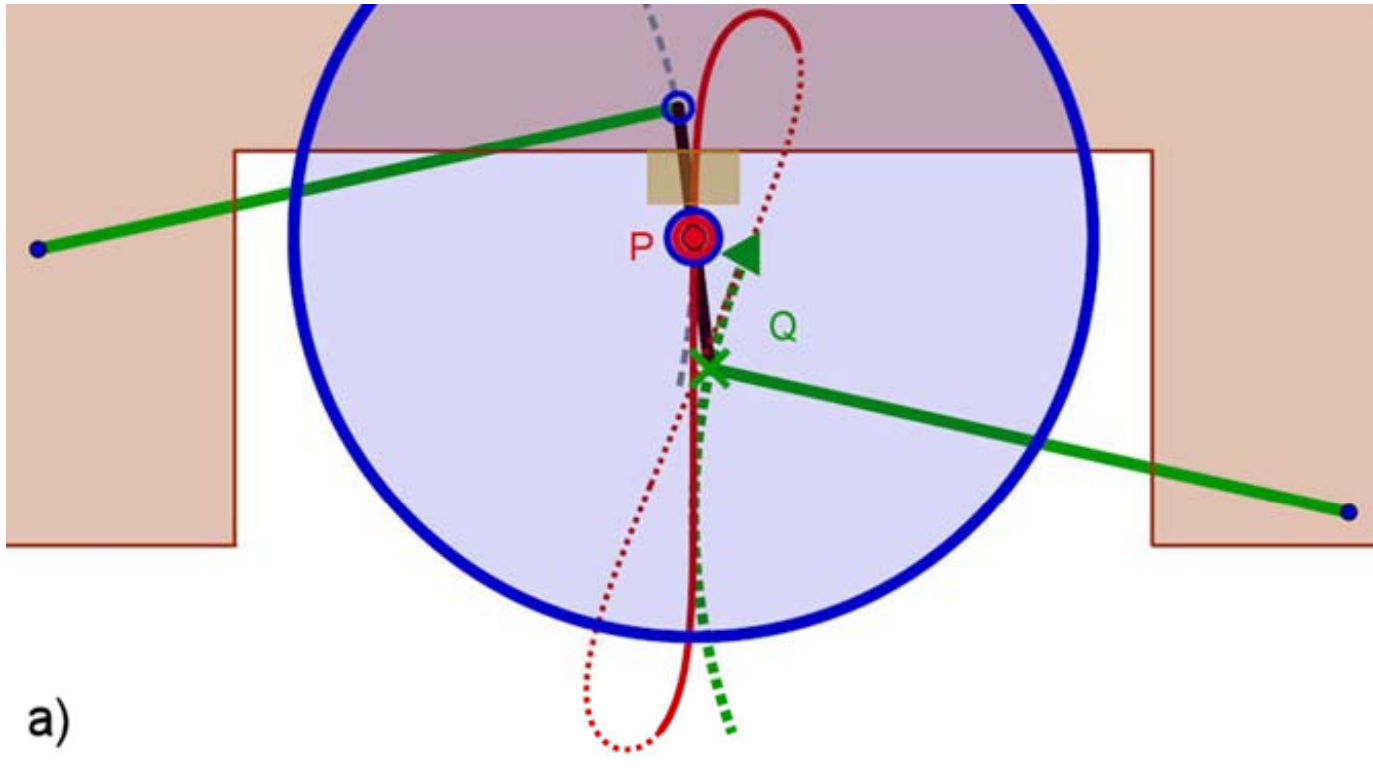
Ritter Ramm, sein Pferd und
sein König treten vor.



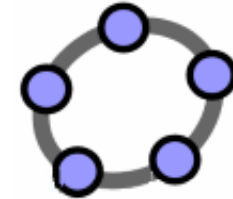
Doppeldrachen von Kempe



Lemniskaten-Anlenkung



von
James Watt,
Ende
des 18.Jh.



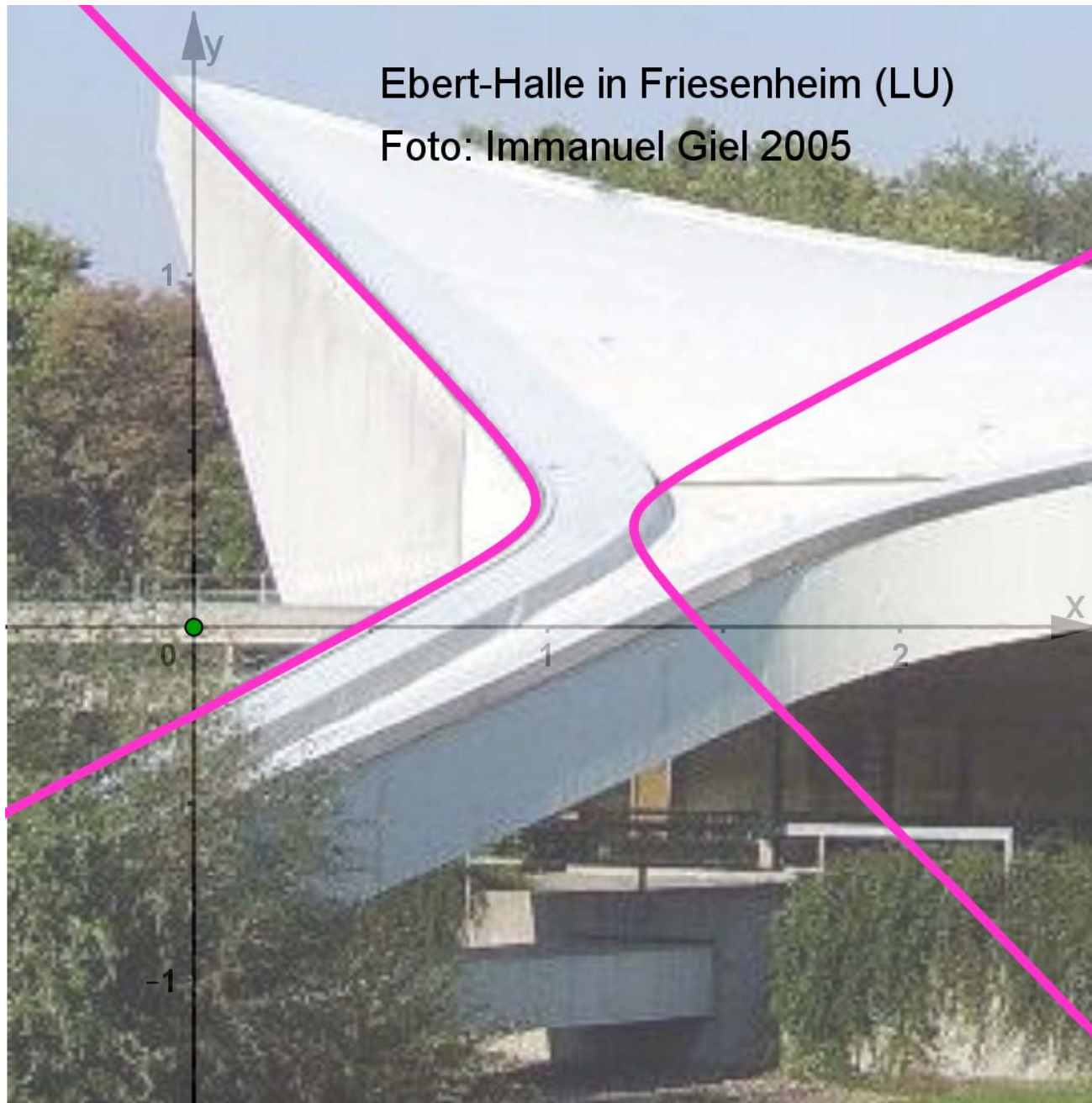
Effekt: Stöße auf das Rad werden durch eine Feder über der Achse und die gezeigte Aufhängung kaum auf den Wagen übertragen.

Kurven in der Architektur

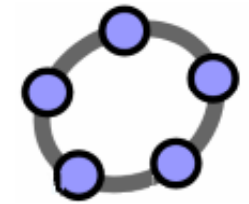


Ebert-Halle in Ludwigshafen / Friesenheim

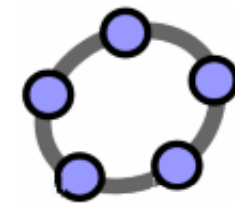
Foto: Immanuel Giel, 2005



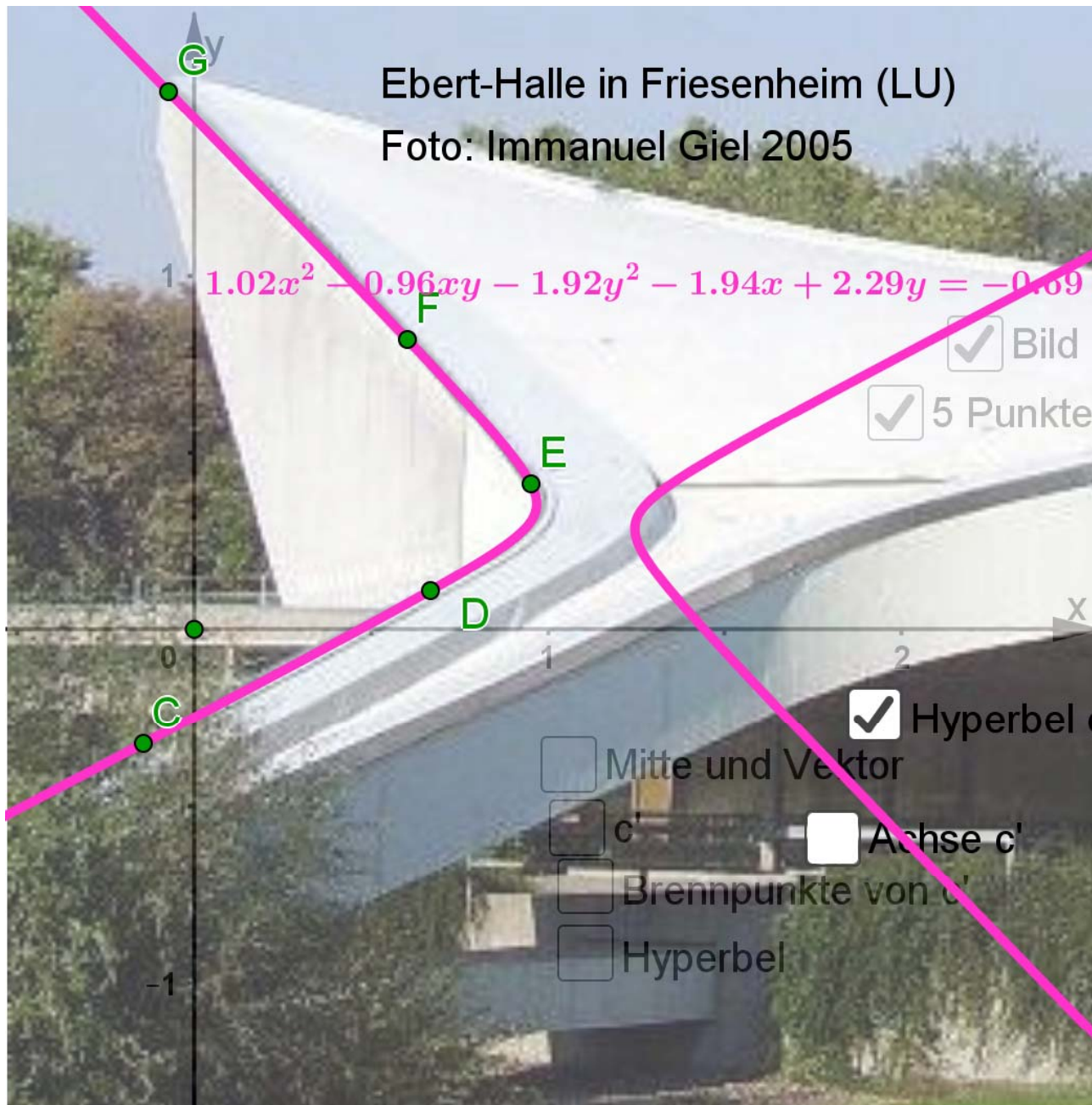
Dachform als Hyperbel



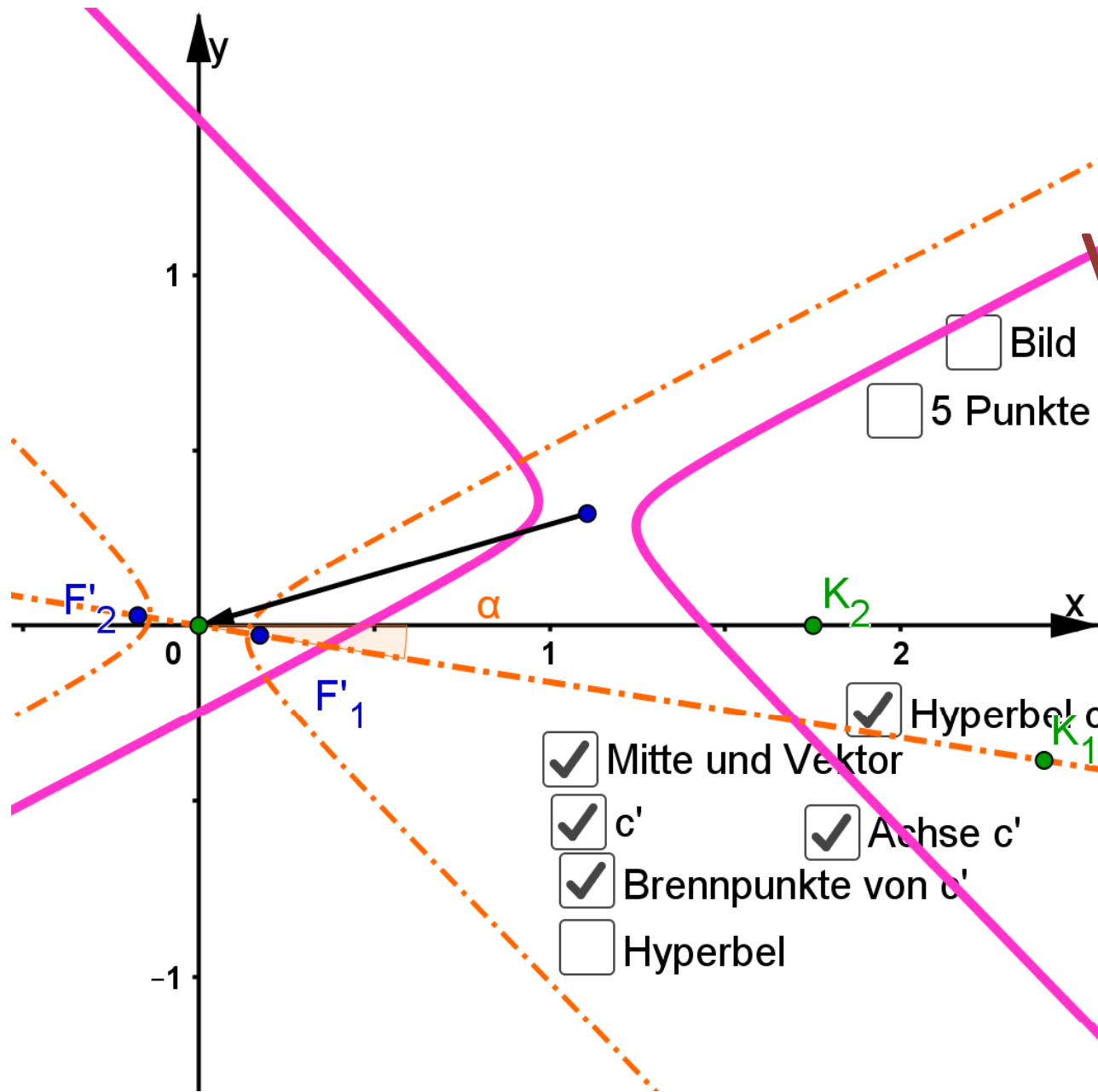
Dachform als Hyperbel



Aufgabe: Erzeugen Sie interaktiv die Mittelpunktsleichung und eine Funktionsgleichung für diese Hyperbel. Vergleichen Sie mit der Hauptachsentransformation.



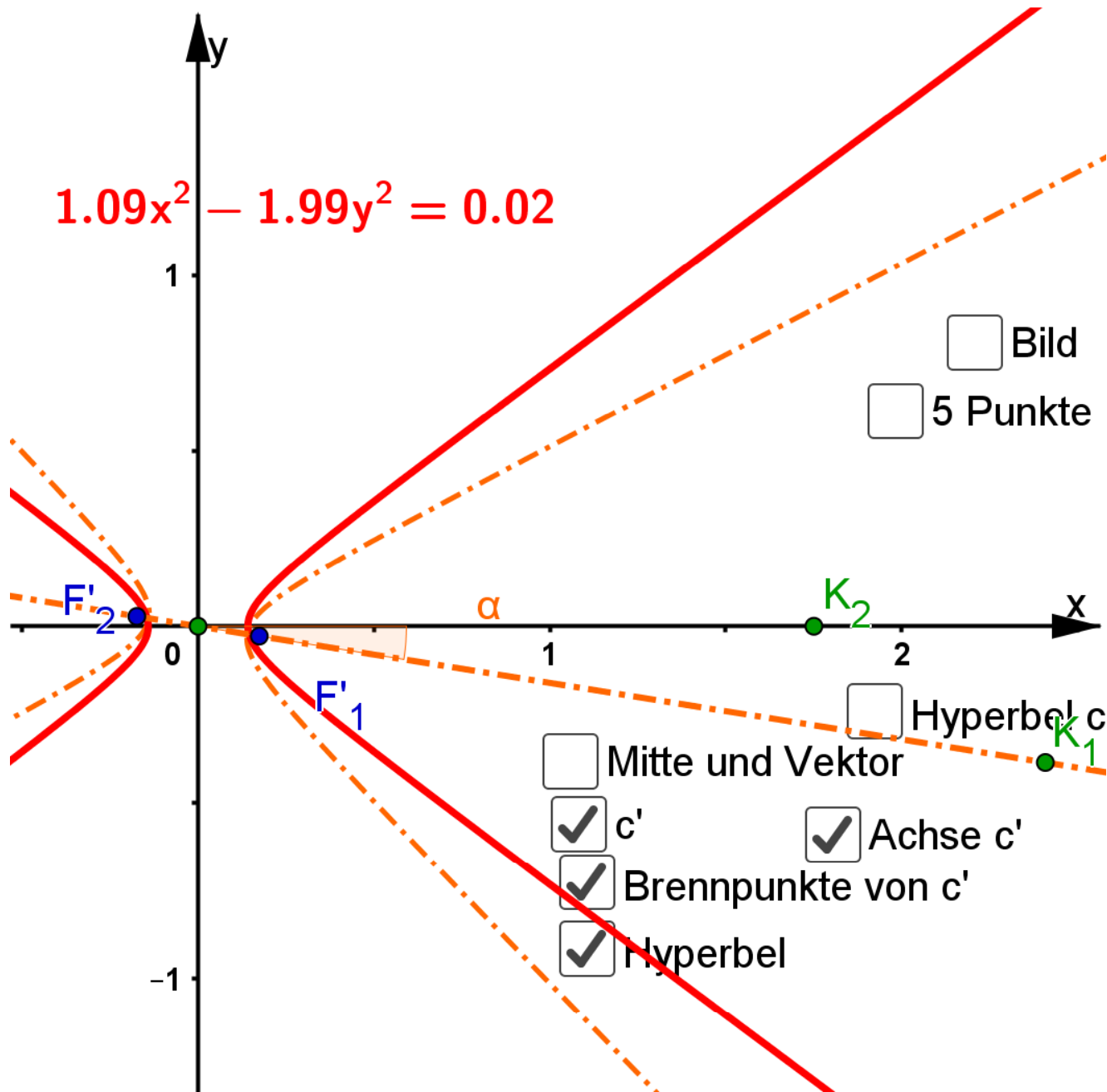
Hyperbel verschoben

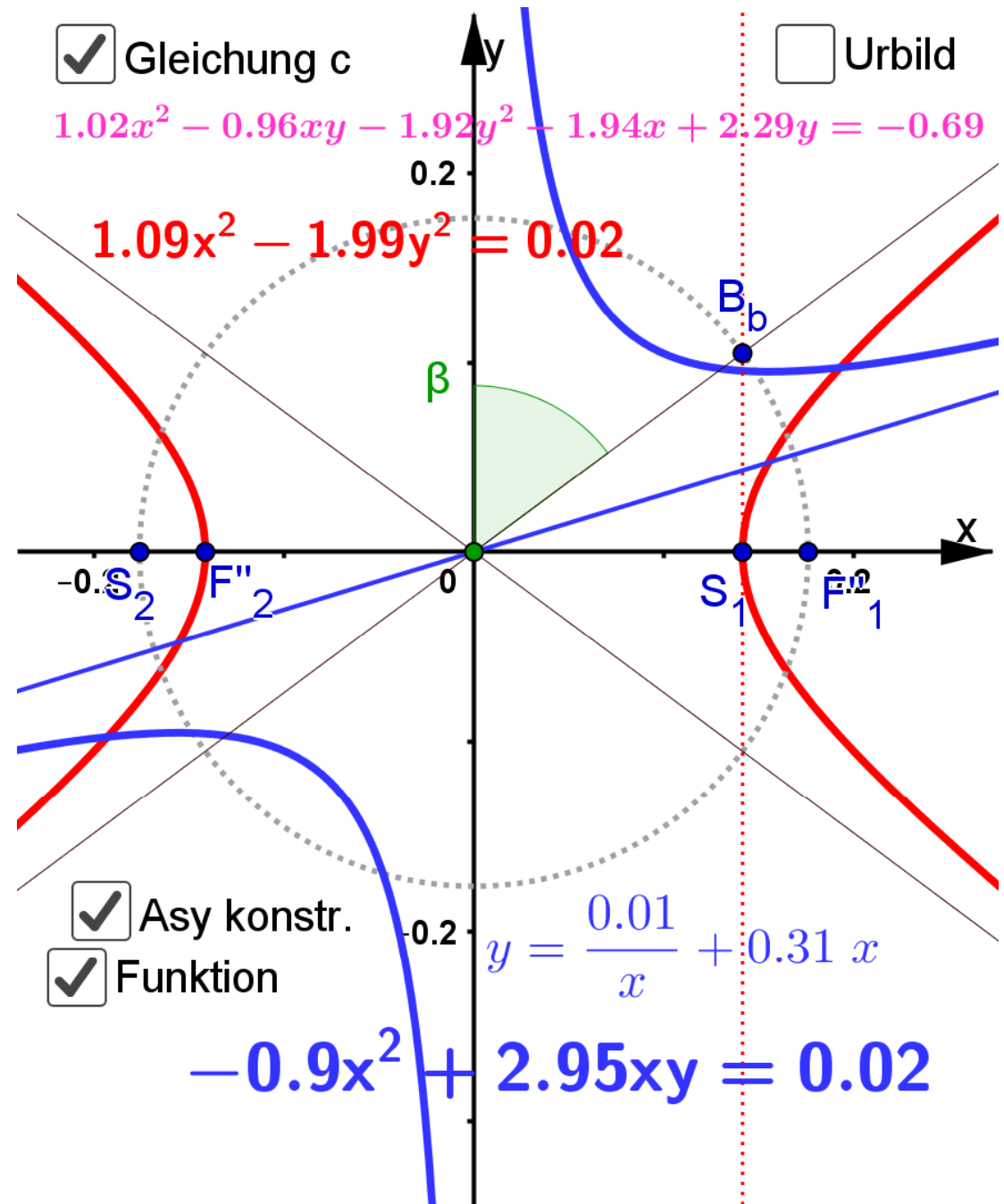


Steigung der
Hauptachse
bestimmen

Hyperbel drehen

Es ergibt sich die Mittelpunkts-gleichung.





Gleichung c

$$1.02x^2 - 0.96xy - 1.92y^2 - 1.94x + 2.29y = -0.69$$

Urbild

$$1.09x^2 - 1.99y^2 = 0.02$$

-0.5

S_2

F''_2

β

0

S_1

F'_{2_1}

Asy konstr.

Funktion

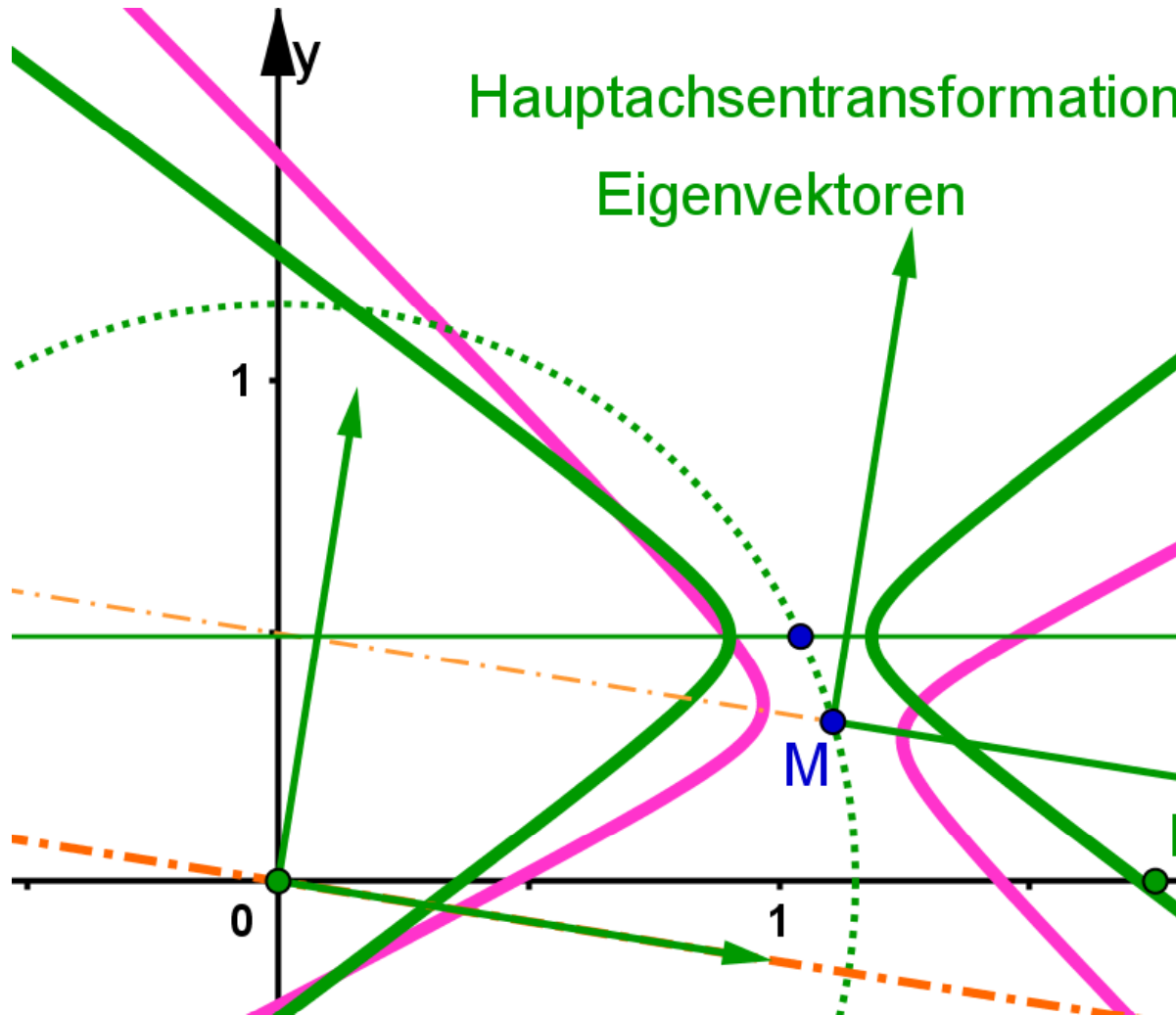
$$y = \frac{0.01}{x} + 0.31x$$

$$-0.9x^2 + 2.95xy = 0.02$$

Asymptoten
geometrisch
bestimmen.

Hyperbel
drehen

Es ergibt sich
die
Funktions-
gleichung.



Matrix
aufstellen,
Eigenwerte,
Eigenvektoren
Hyperbel
um 0
drehen
dann erst
verschieben

Eigenes Tun+ verschiedene Perspektiven -> Verstehen

Meine Bücher



2. Aufl.
Herbst 2016

„Mathe
für alle“

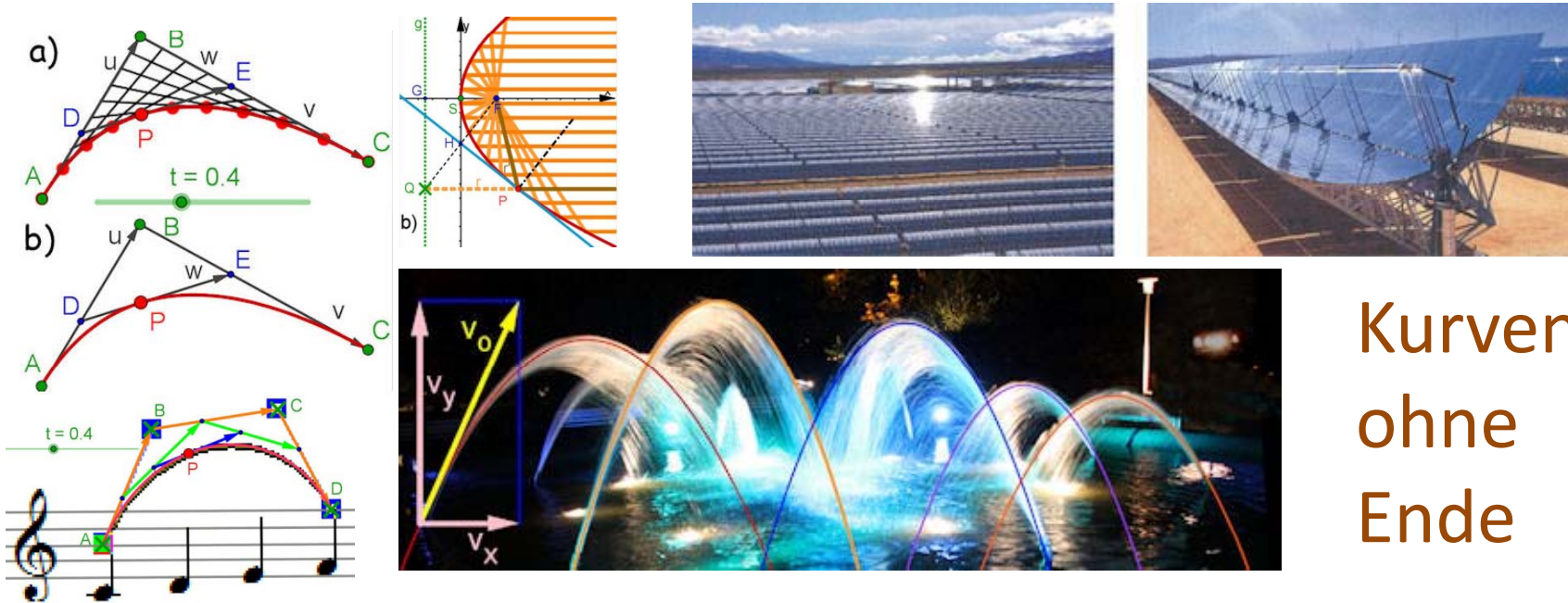
www.mathematik-sehen-und-verstehen.de



soll die Lehrerausbildung in
Mathematik bereichern.
Es soll auch für Lehrer sein,
die mehr nahrhaftes Futter für
ihre Schüler brauchen.

Sehr ausführliche Website mit allen GeoGebra-
Dateien und vollständigen Aufgabenlösungen

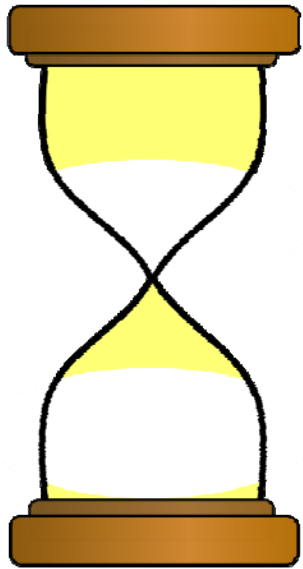
Connaître par reconnaître
oder man sieht nur das, wovon man eine Ahnung hat



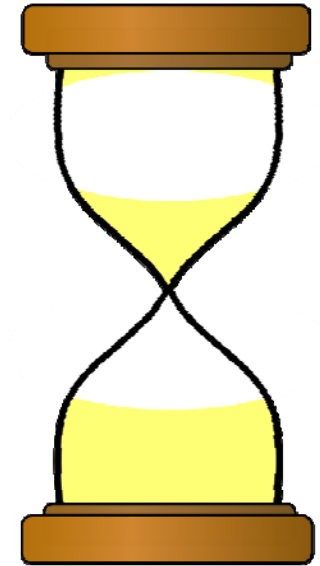
Kurven
ohne
Ende




**Vielen Dank für Ihre
Aufmerksamkeit!**

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

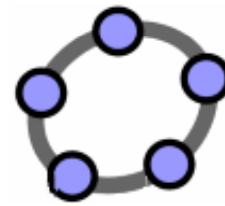
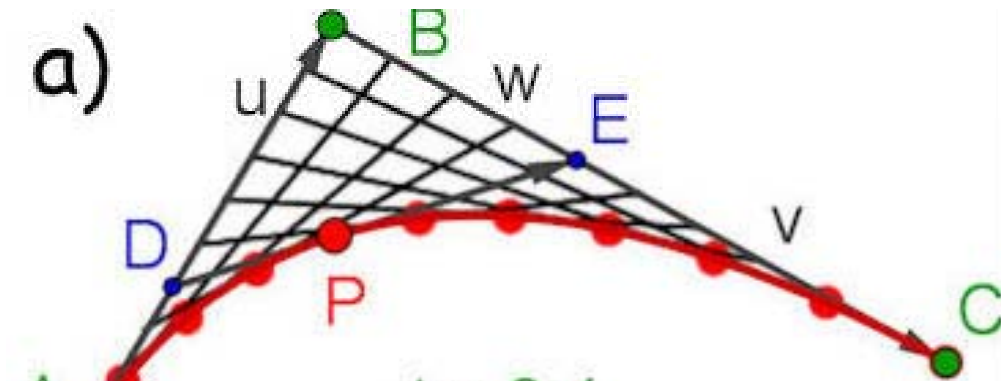


**Haben wir Zeit,
noch einmal in den
Wundersack
zu greifen?**



- Bèzier-Kurven 
 - oder
 - Reflexion bei Kegelschnitten 
- 

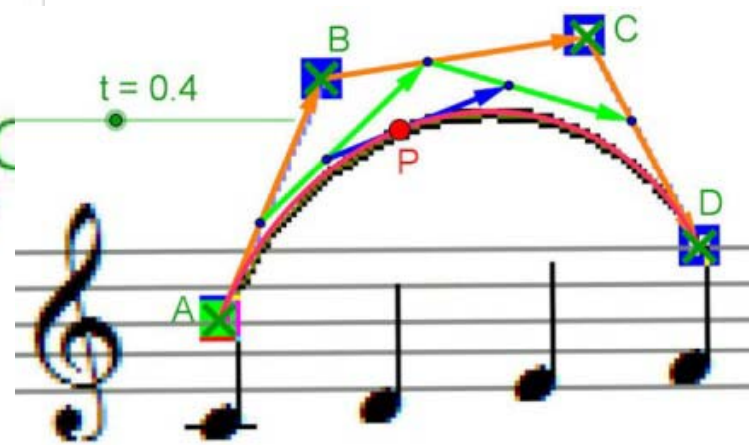
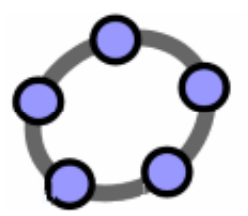
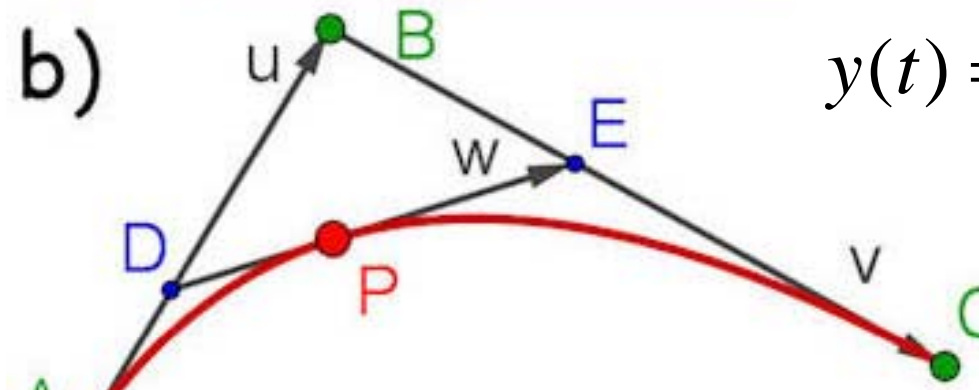
Bèzier-Kurven



b_i Bernstein-Polynome

$$x(t) = A_x b_0(t) + B_x b_1(t) + C_x b_2(t)$$

$$y(t) = A_y b_0(t) + B_y b_1(t) + C_y b_2(t)$$



Reflexion bei Kegelschnitten

