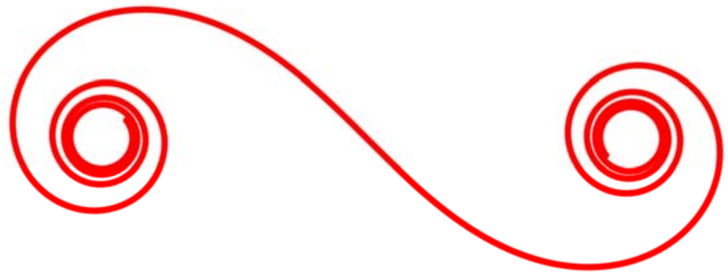
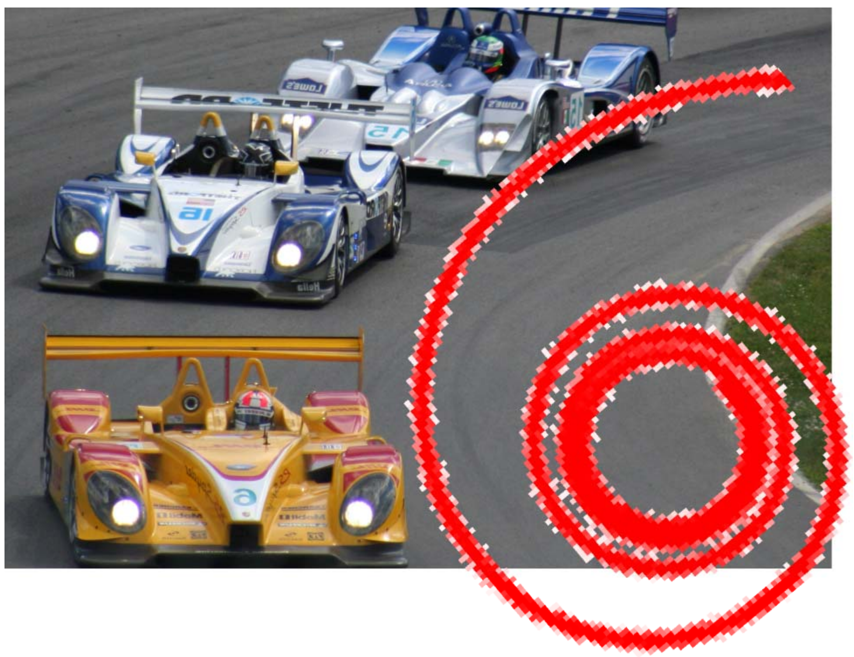
Klothoiden



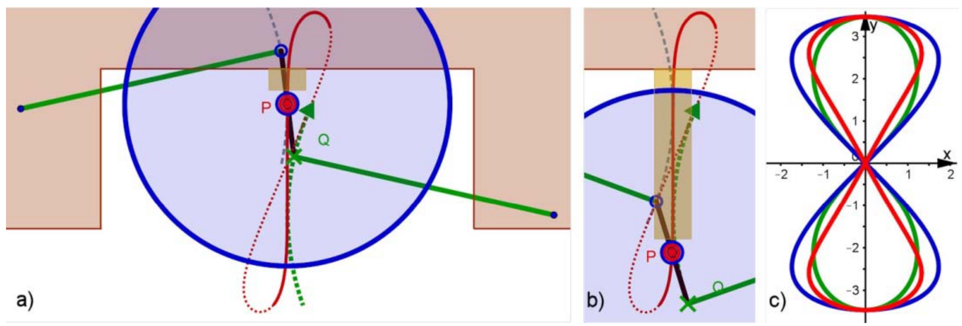
und andere Anwendungen von Kurven

Interaktives Erkunden und Verstehen



1. Die Klothoide

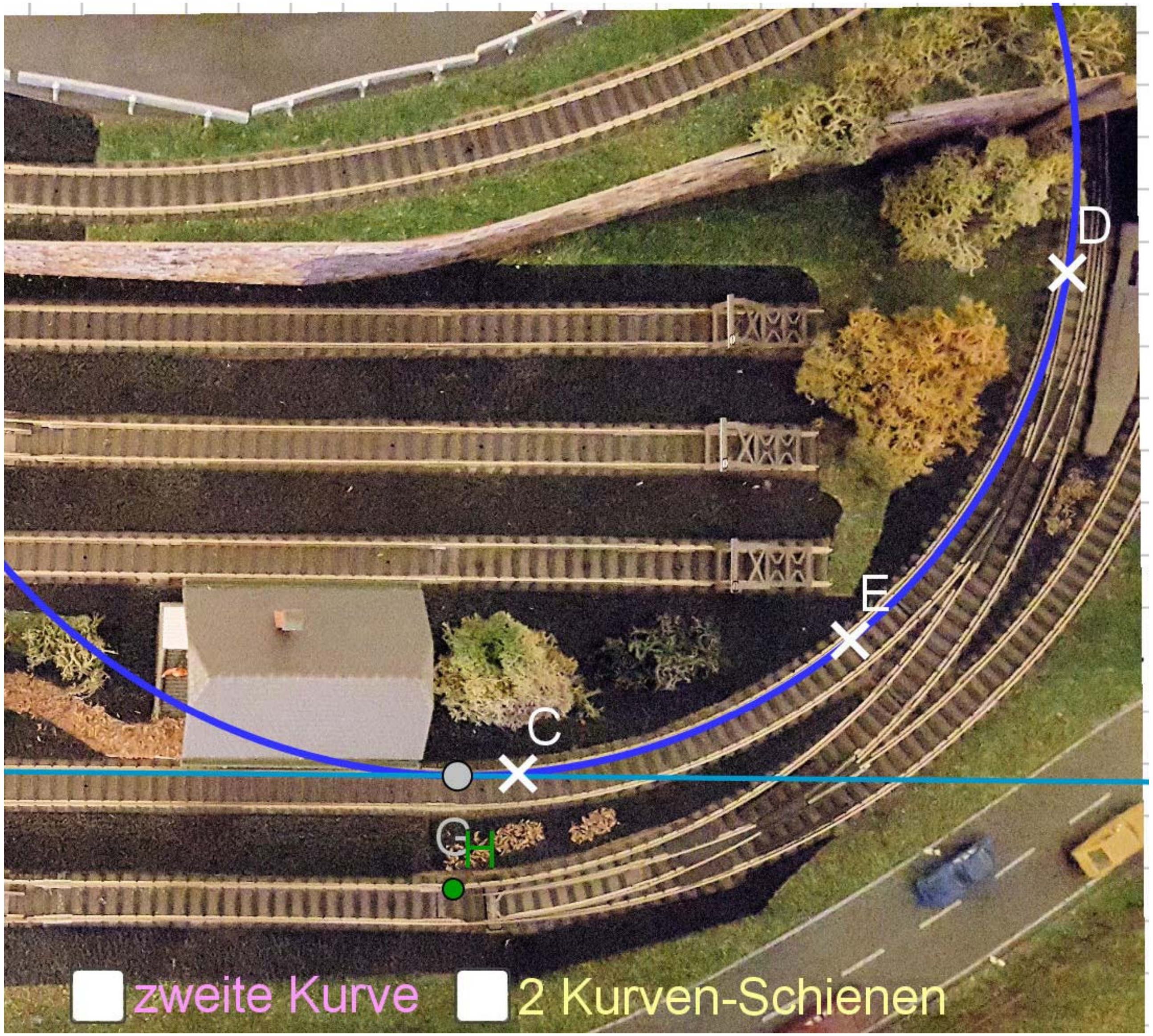
2. Technische Realisierungen



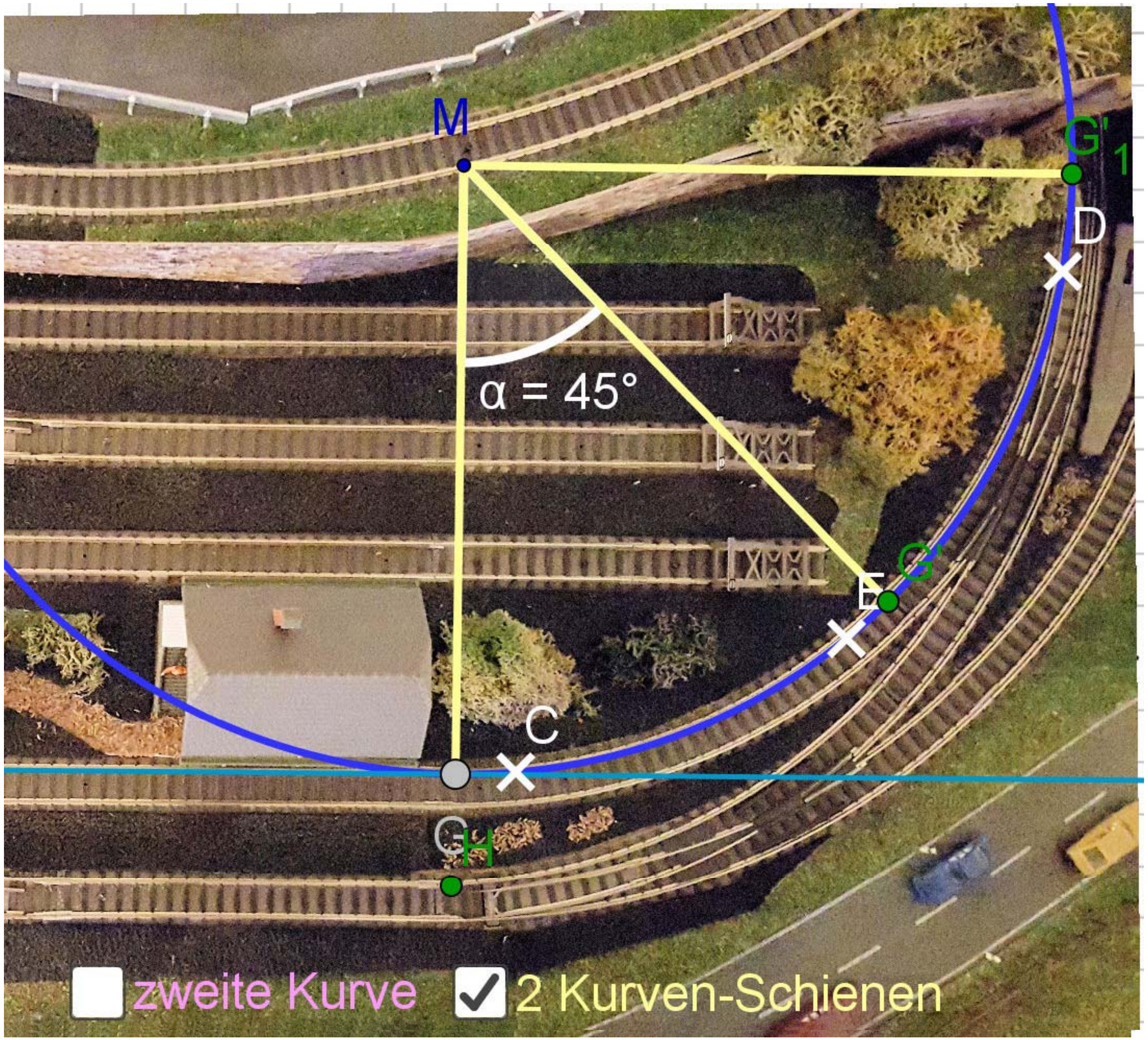
3. Kurven der Welt

Gerade Schiene ---- Kurven -Schiene

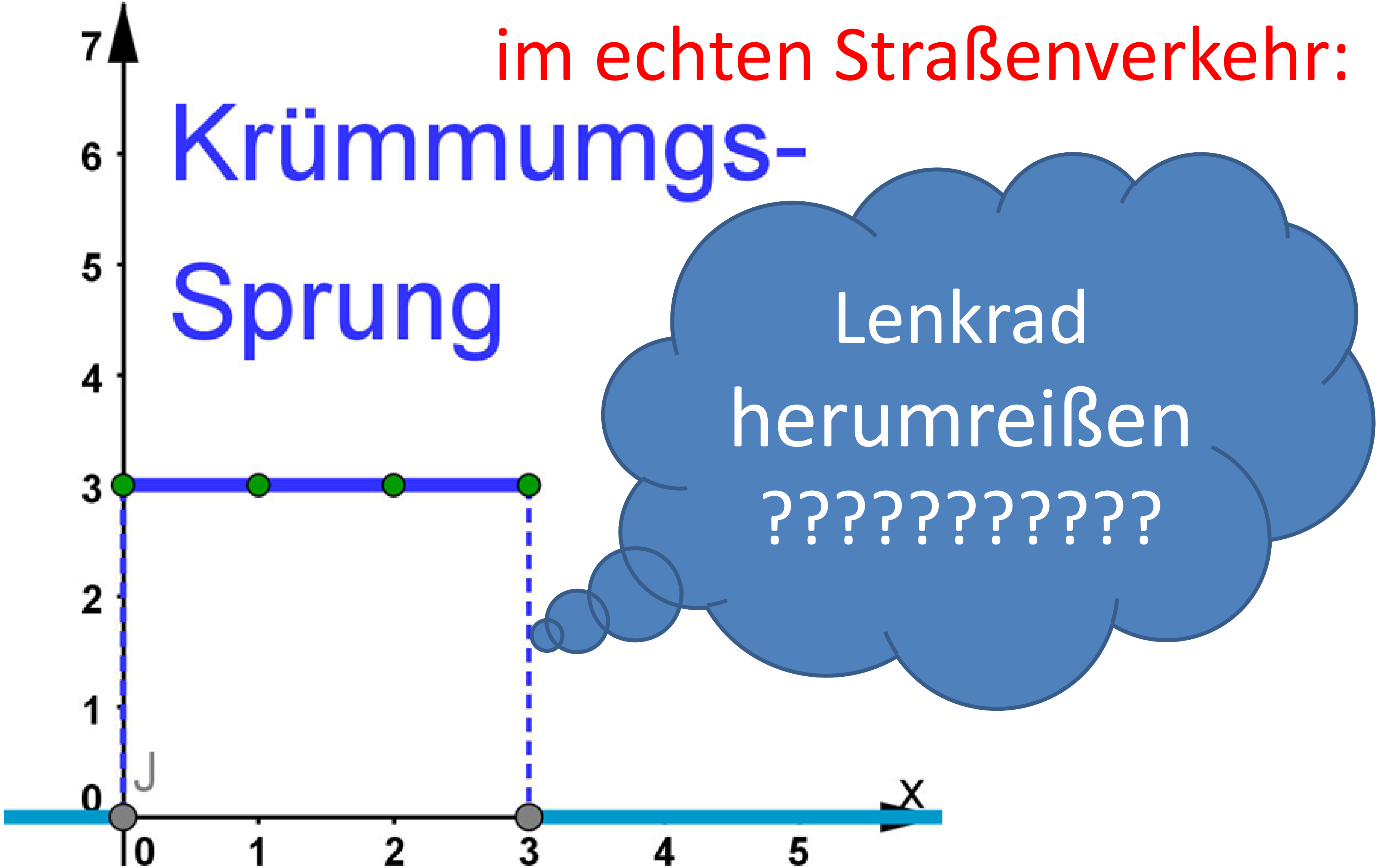
Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis



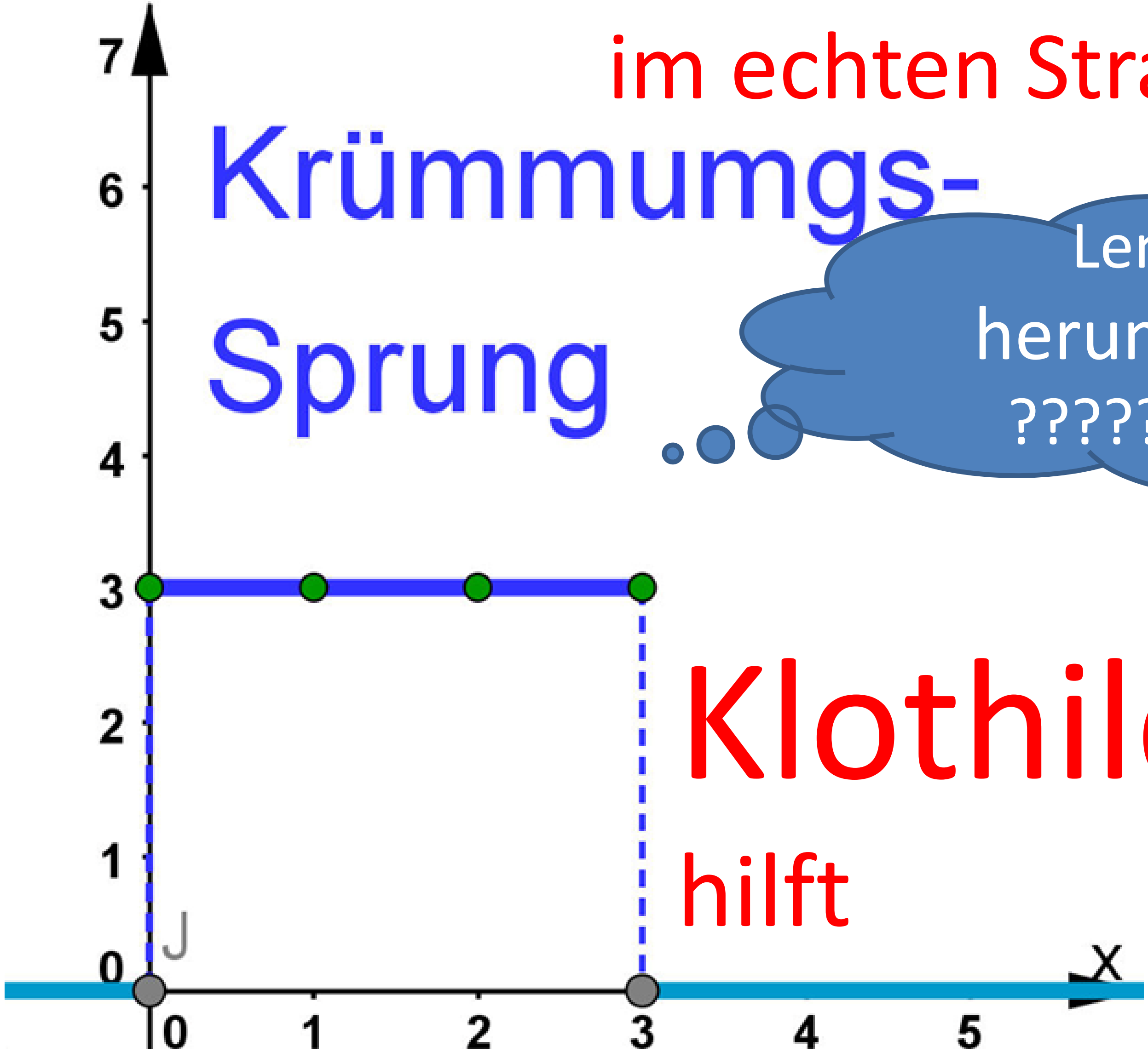
Kurven-Schiene ist ein Achtelkreis



im echten Straßenverkehr:



im echten Straßenverkehr:



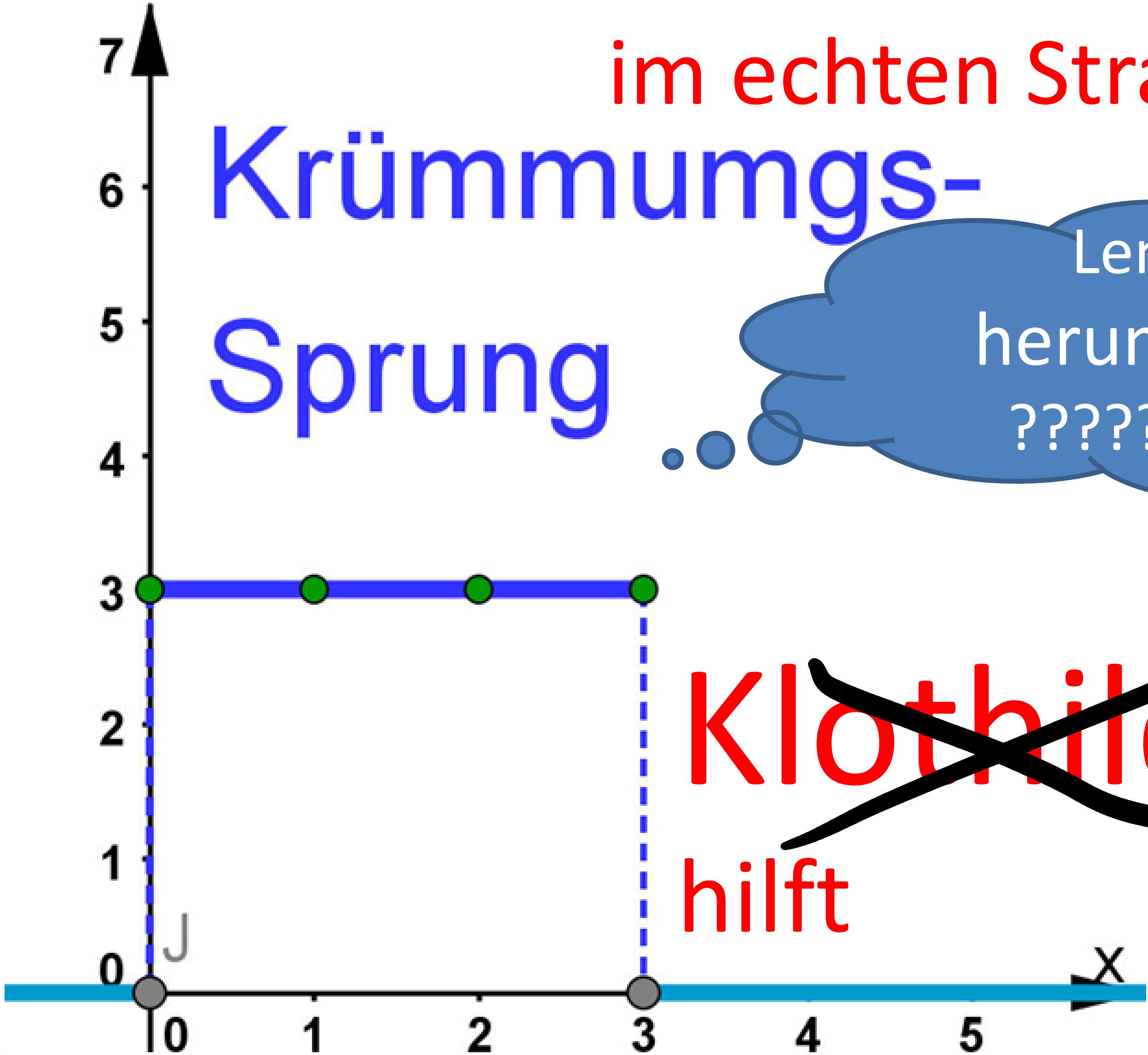
Krümmumgs-Sprung

Lenkrad herumreißen ???????????

Klothilde

hilft

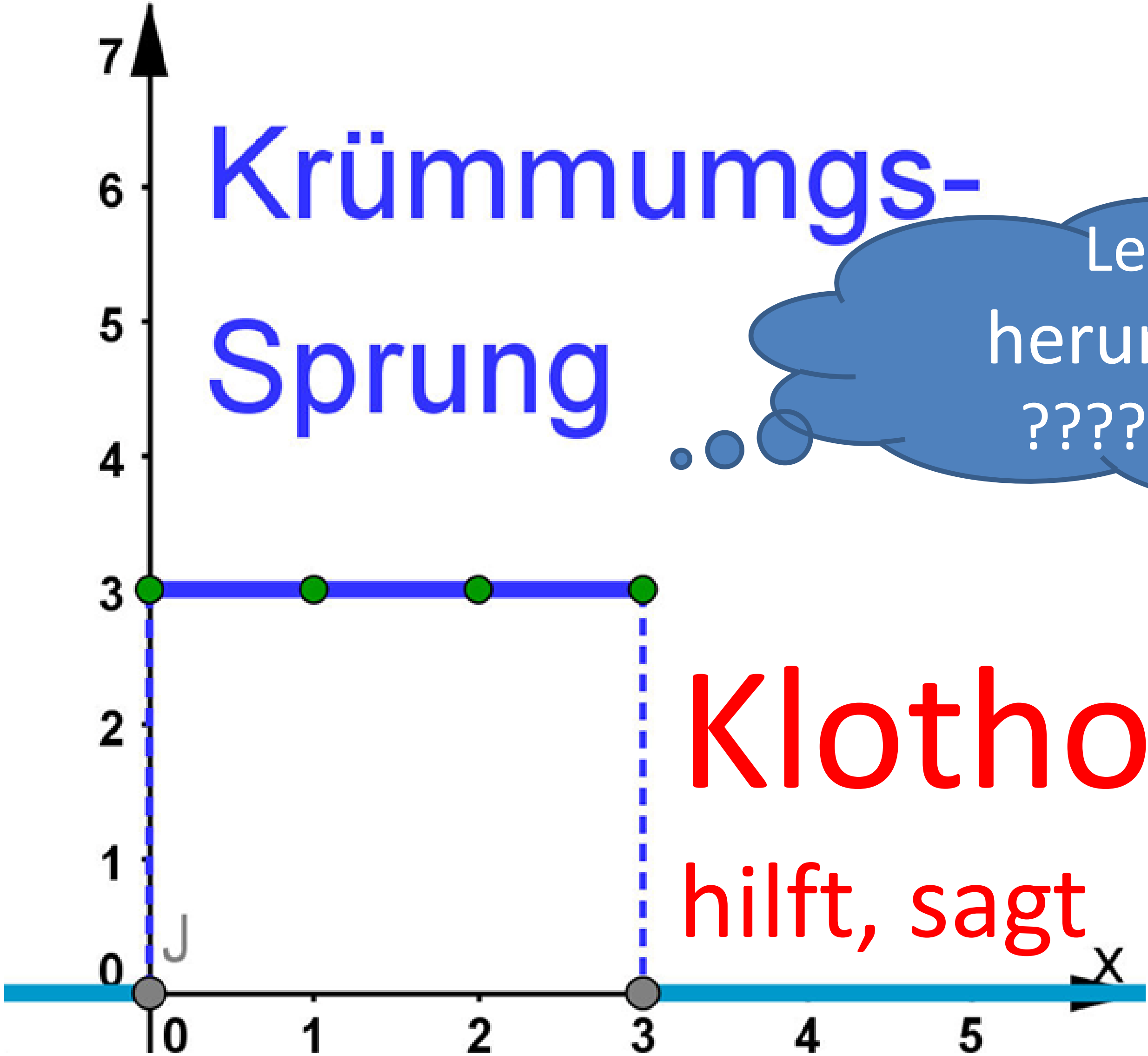
im echten Straßenverkehr:



Krümmumgs-
Sprung

Lenkrad
herumreißen
???????????

~~Klothilde~~
hilft



Krümmumgs-
Sprung

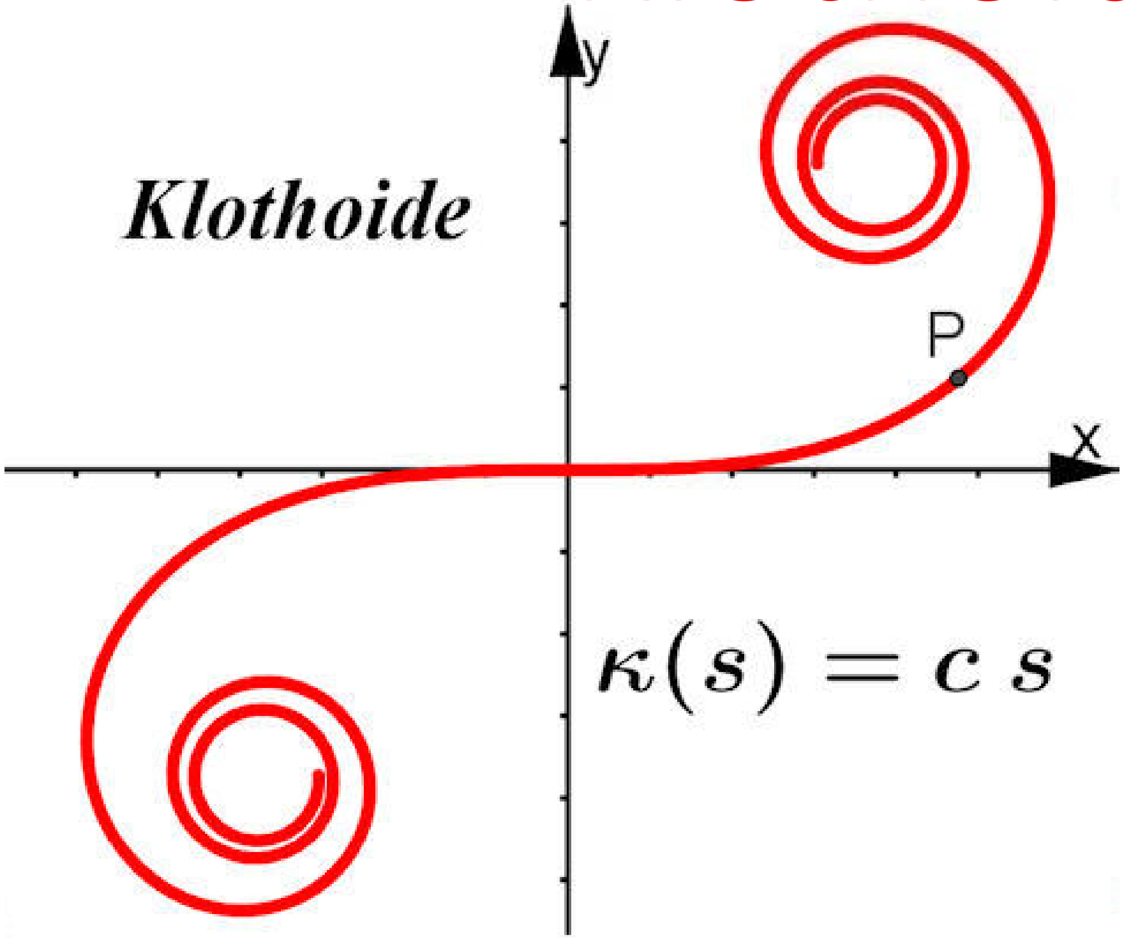
Lenkrad
herumreißen
???????????

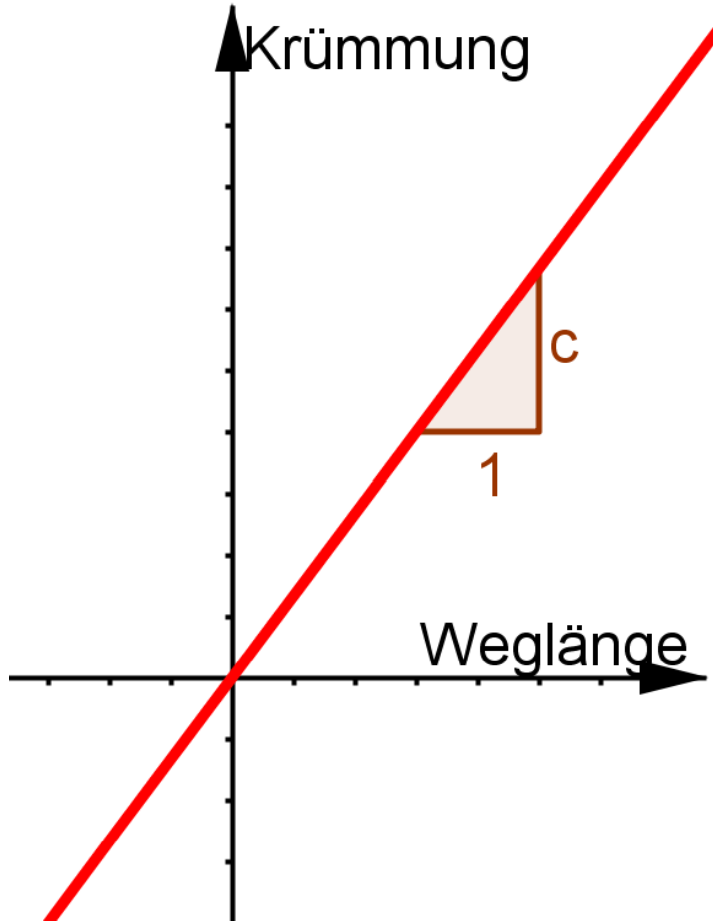
Klothoide
hilft, sagt

Ekkehardt

Ingenieur für Straßenbau

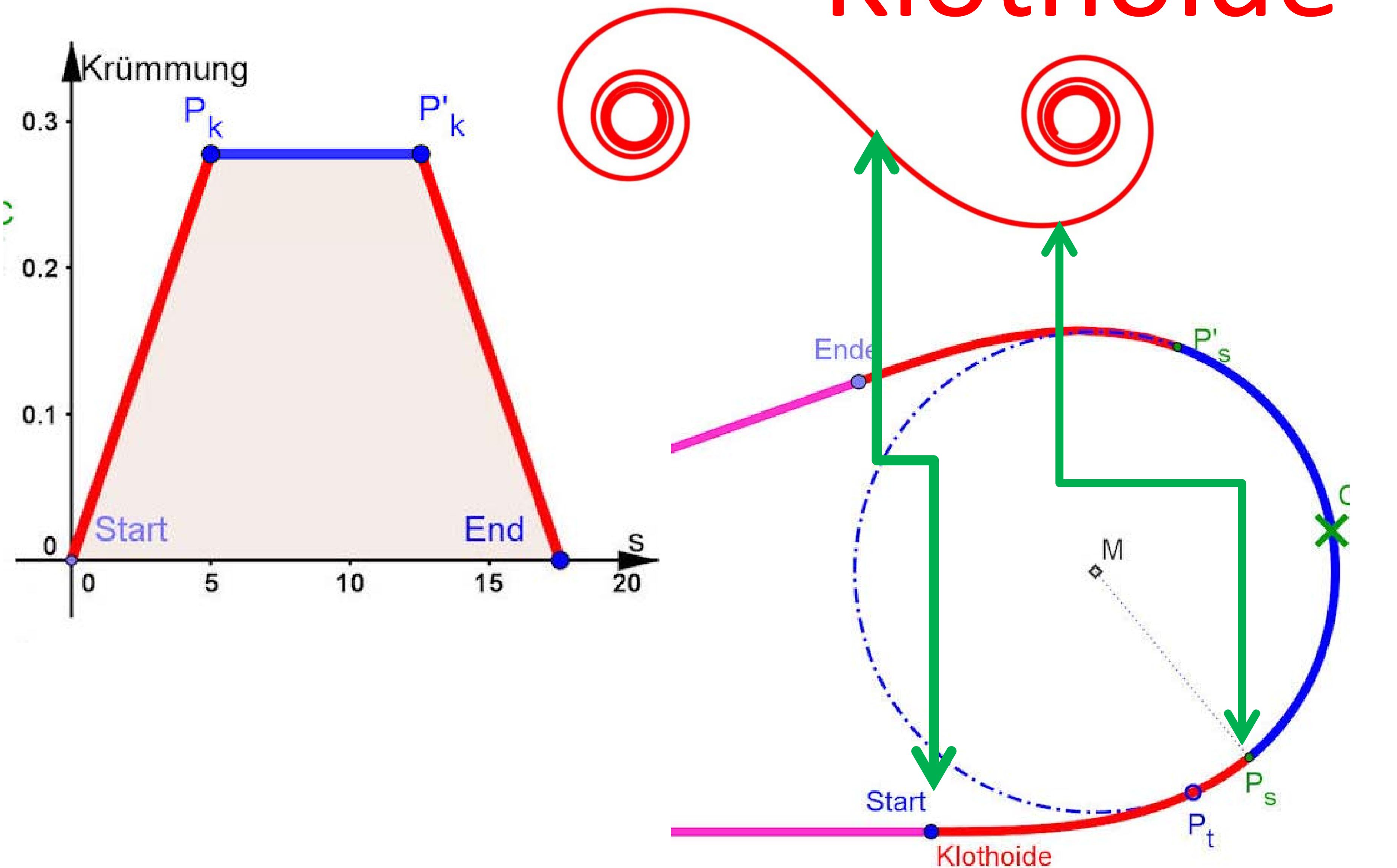
Klothoide





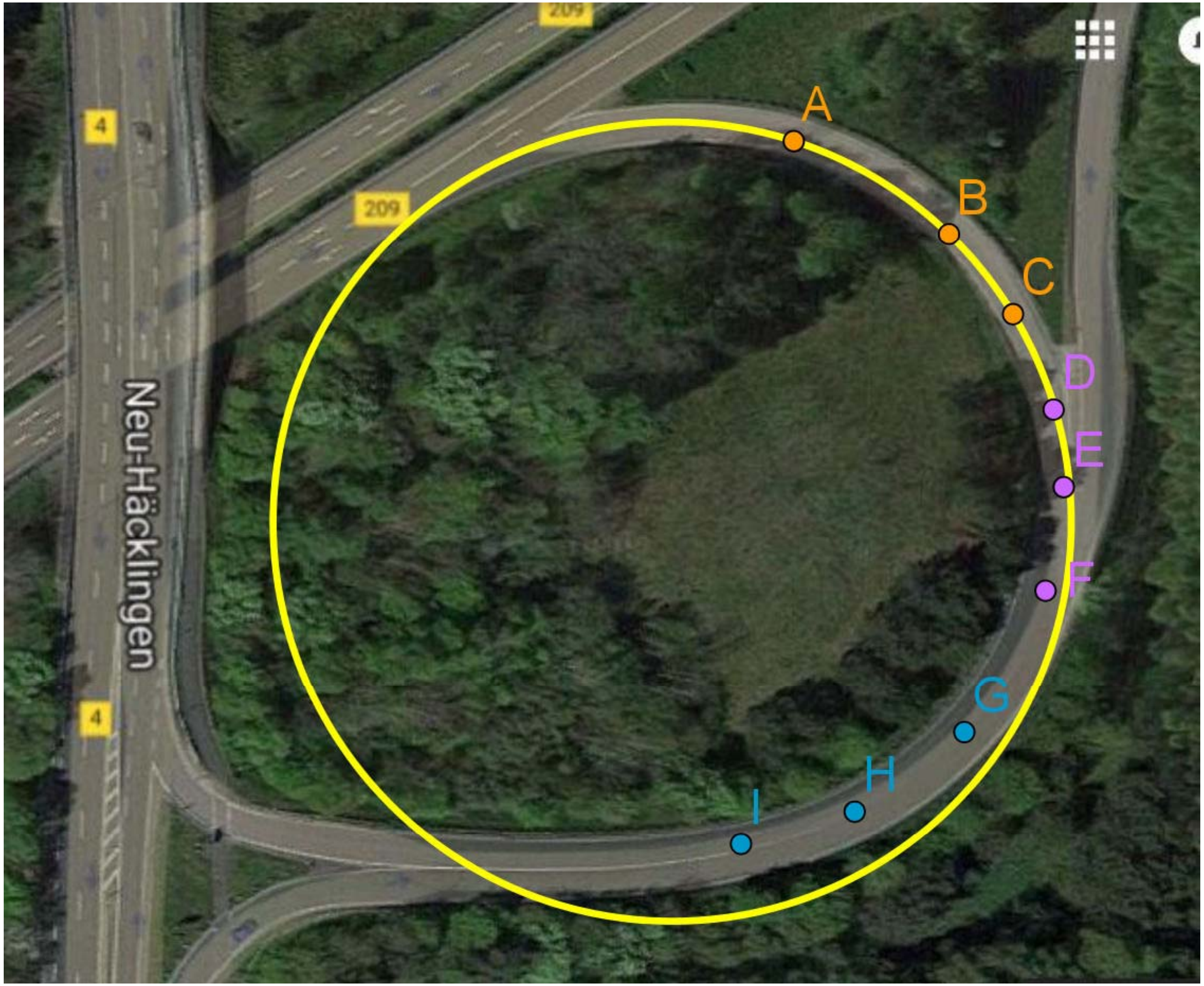
Die Krümmung wächst linear mit der Weglänge s.

Klothoide

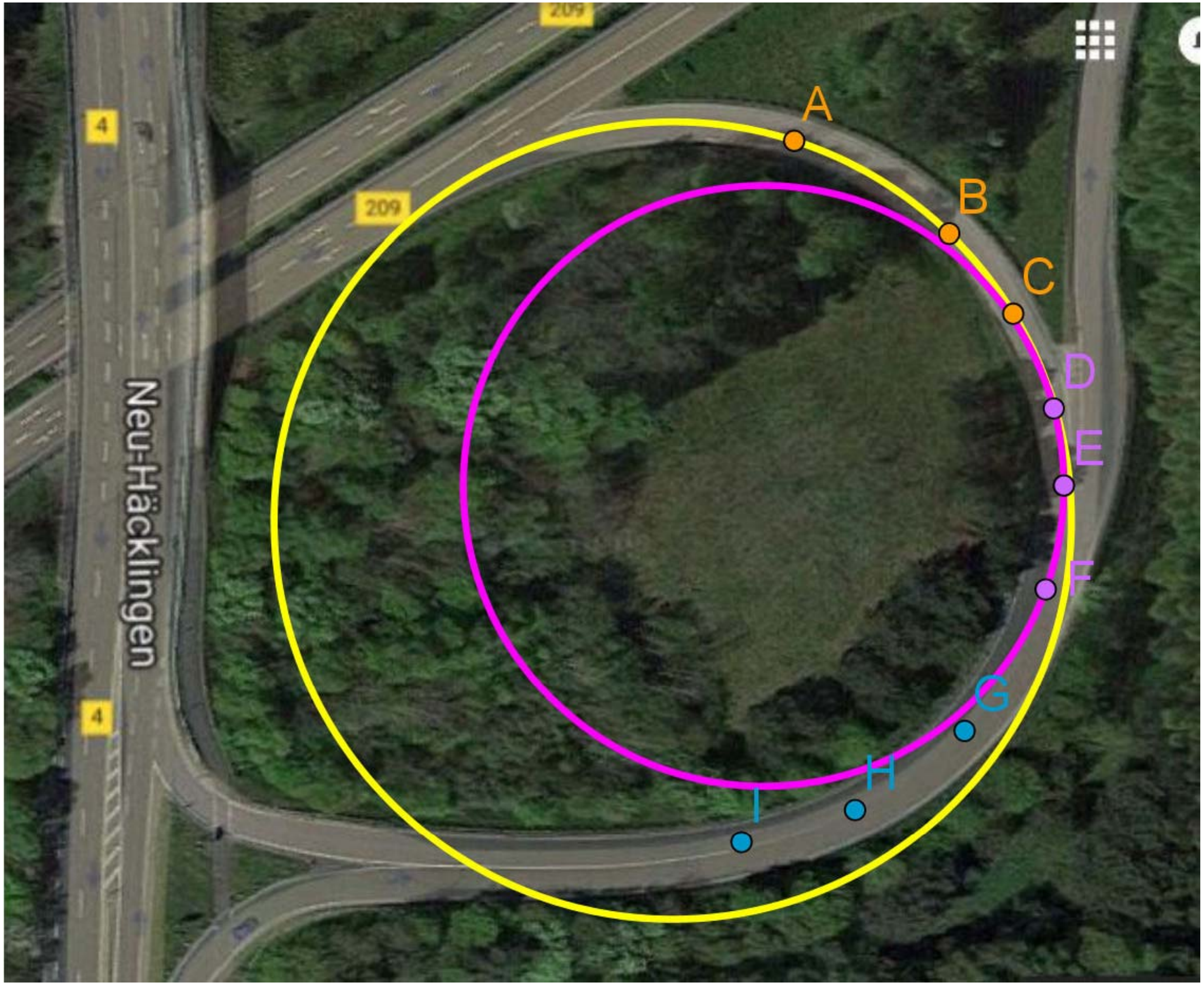

Krümmung
0.3
0.2
0.1
0
P_k
P'_k
Start
End
s
0
5
10
15
20
Ende
P'_s
M
Start
P_s
P_t
Klothoide

Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4

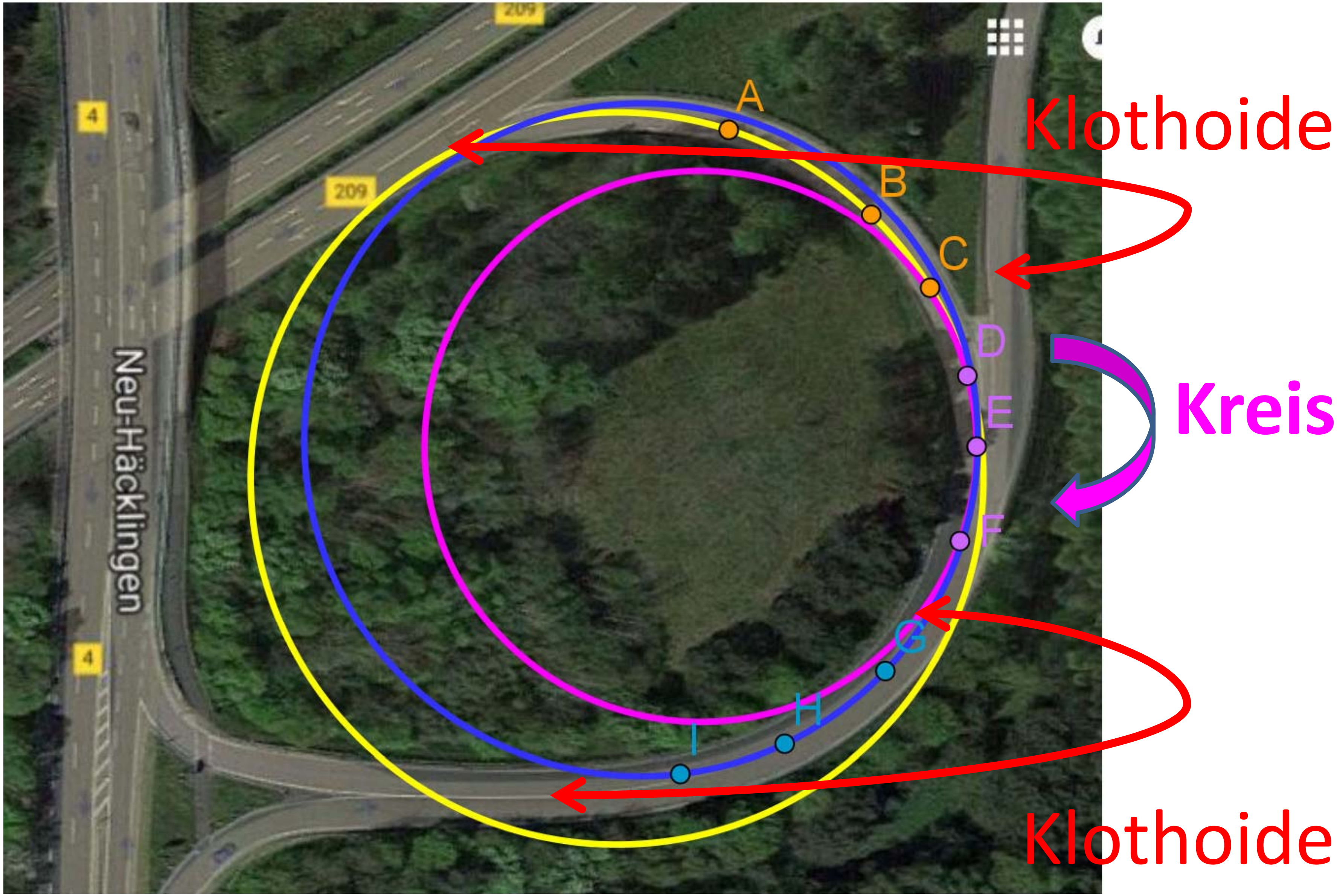
Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4



Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4

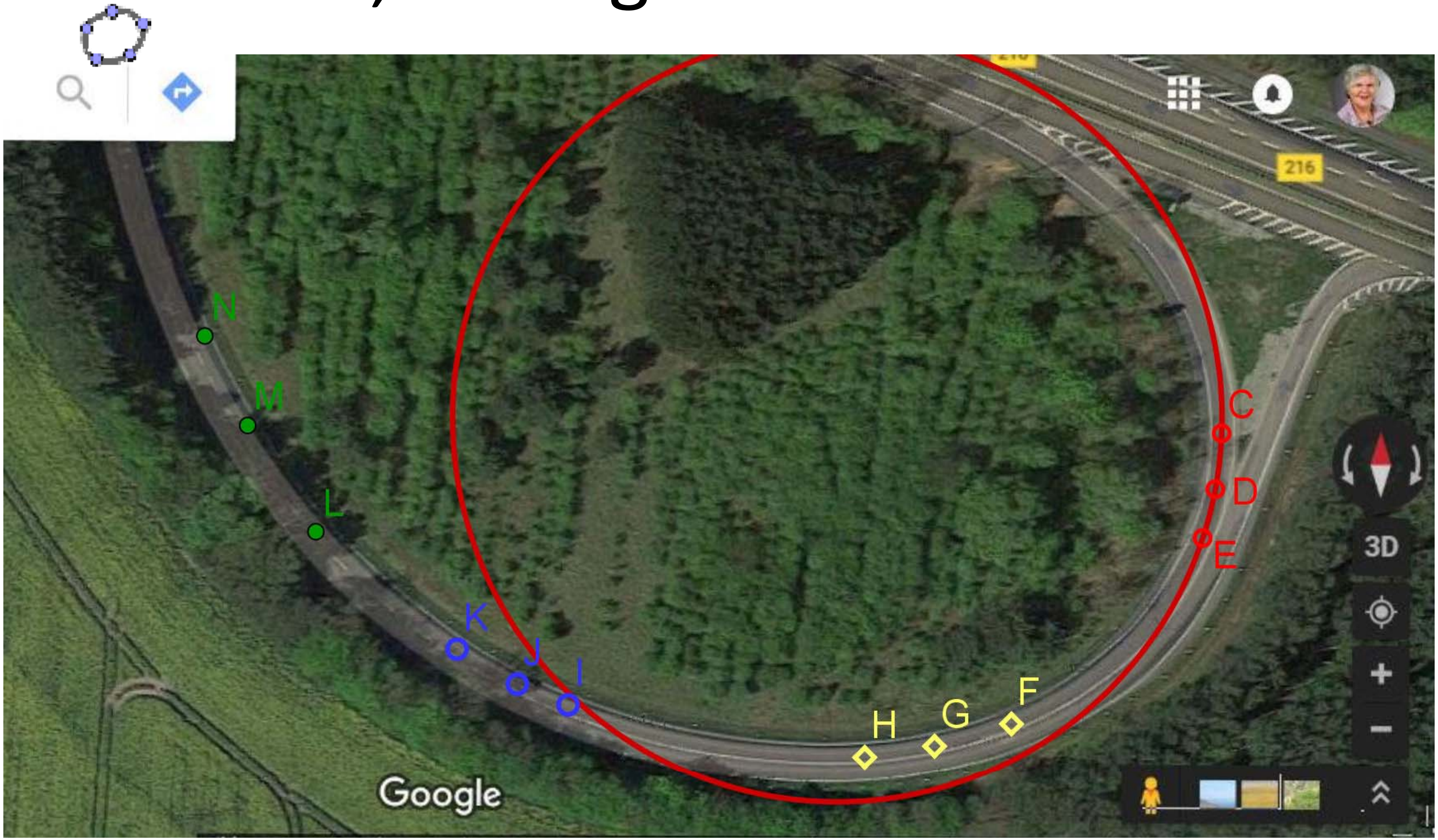


Lüneburg: Ostumgehung B 209 und B4

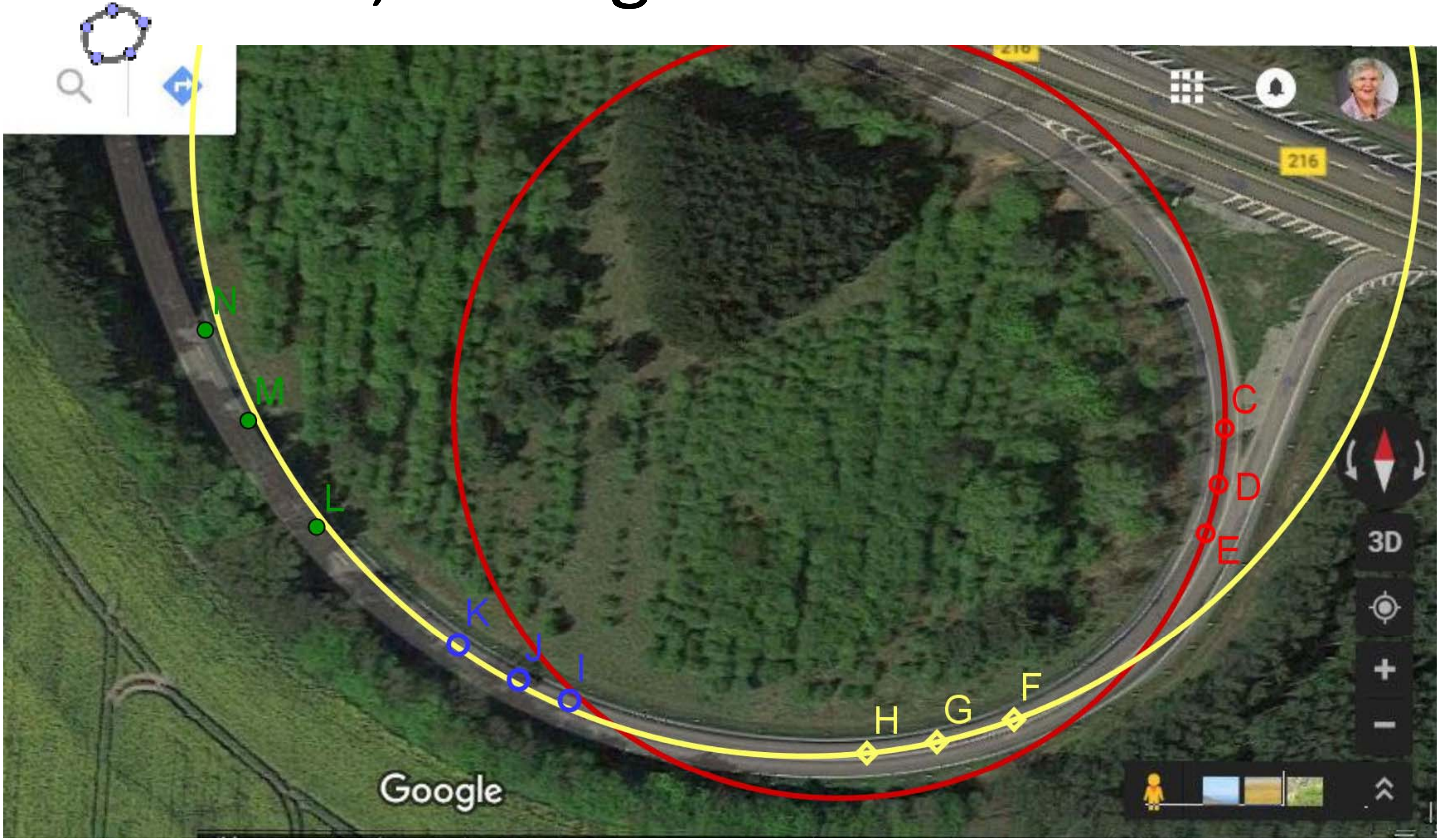


B 216, abbiegen nach Bleckede

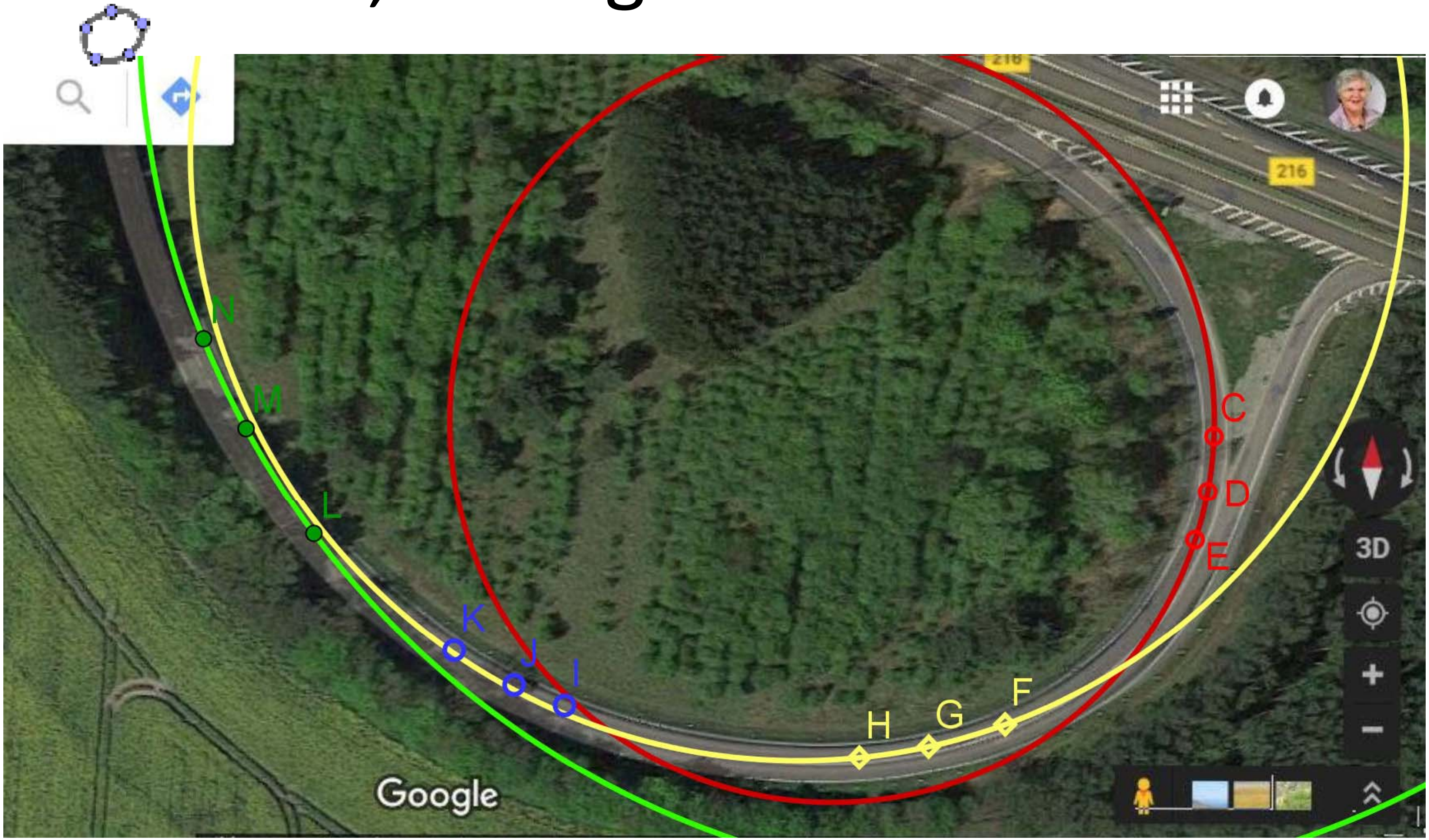
B 216, abbiegen nach Bleckede



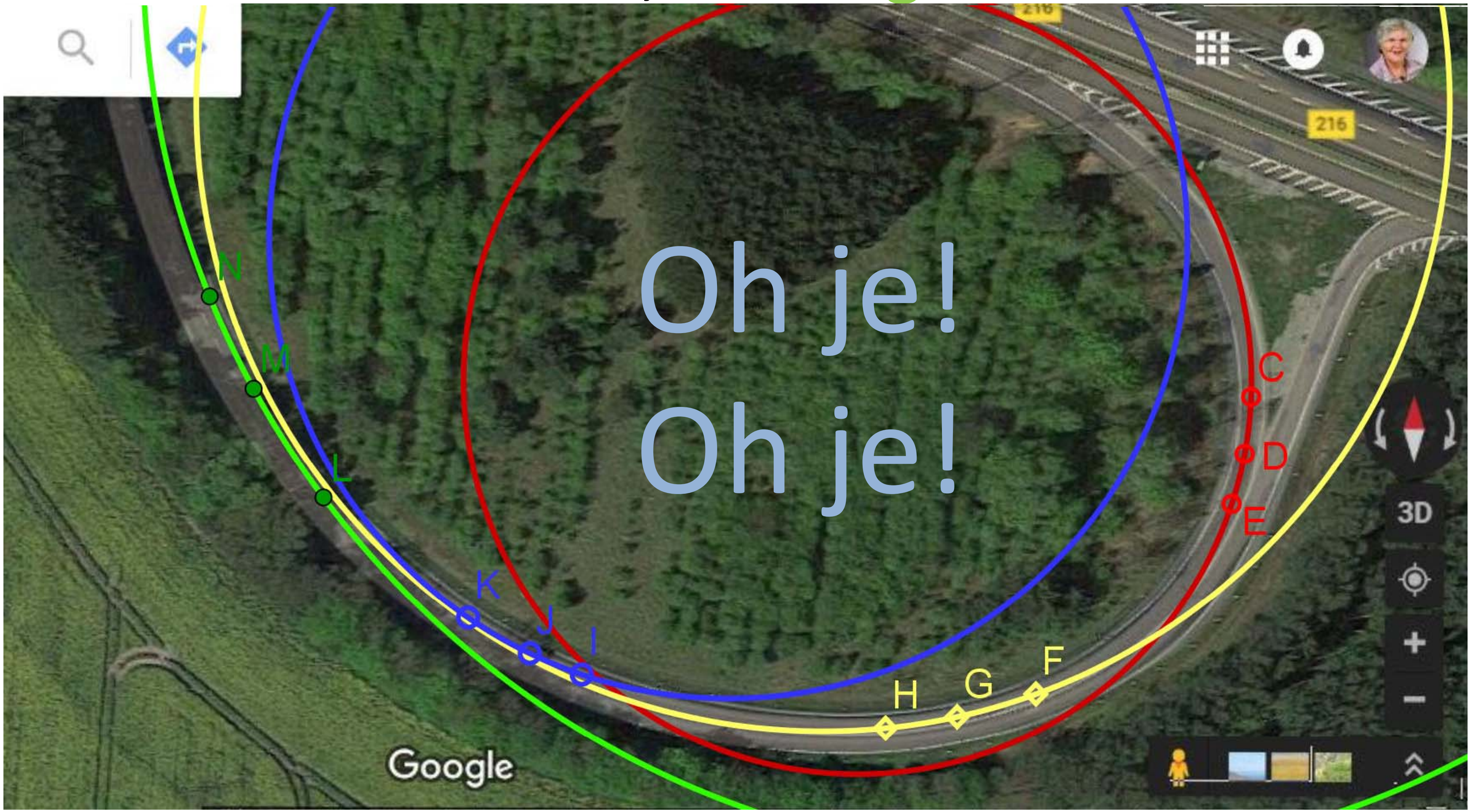
B 216, abbiegen nach Bleckede

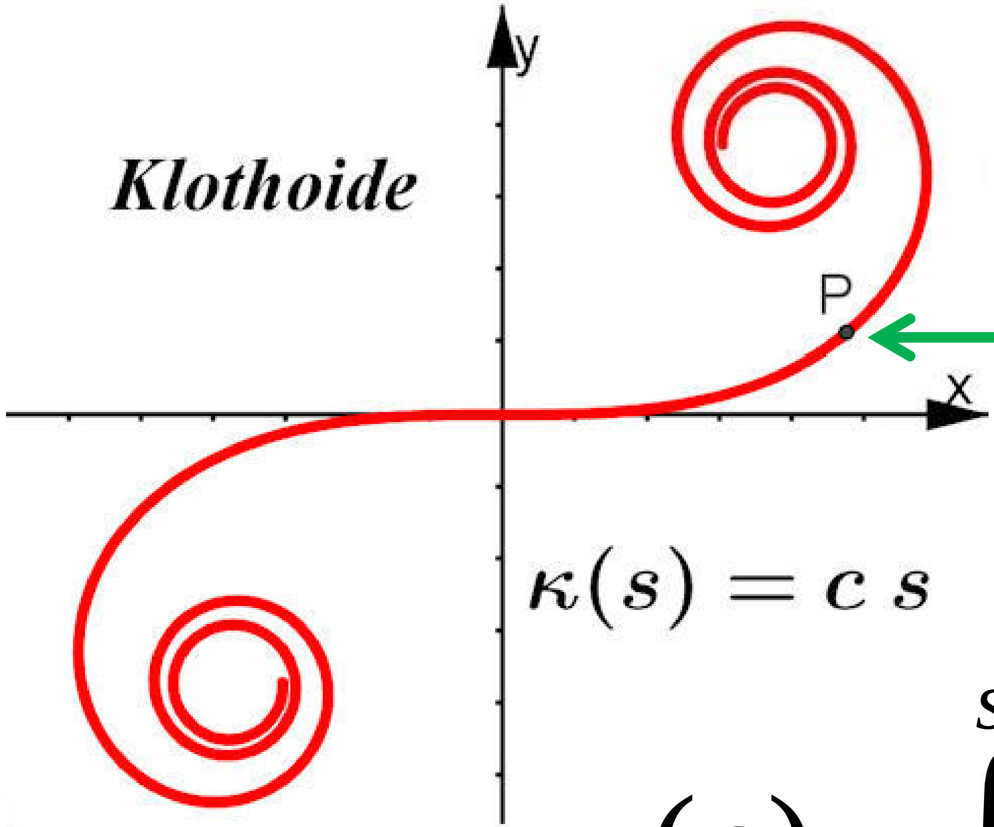


B 216, abbiegen nach Bleckede



Einlenken, raus lenken, nochmal einlenken, dann ganz rauslenken





Klothoide

$$P = (x(s),\ y(s))$$

Parameter-
darstellung

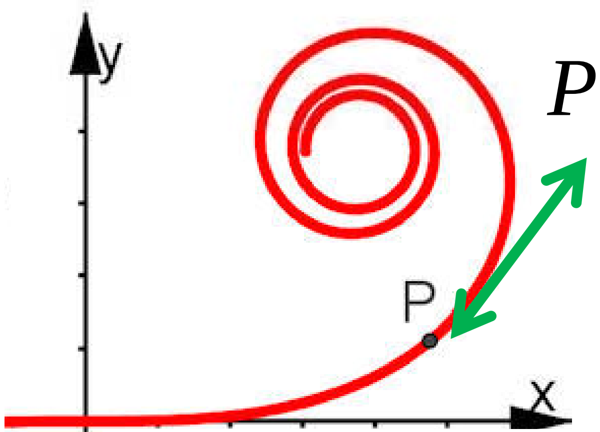
$$x(s) = \int_0^s \cos\left(\tfrac{c}{2}t^2\right)d\,t$$

$$y(s) = \int_0^s \sin\left(\tfrac{c}{2}t^2\right)d\,t$$

$\kappa\lambda\omega\theta\omega$

klotho
= spinnen

Klothoide

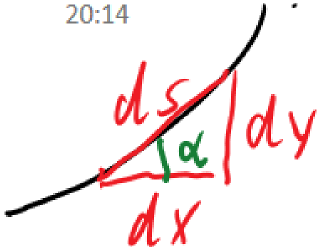


$$P = (x(s),\, y(s))$$

$$\kappa(s) = c \cdot s$$

Herleitung der Klothoidenformeln

Sonntag, 19. November 2017
20:14



$dx = \cos\alpha \; ds$ $\qquad x(s) = \int \cos\alpha(s)\, ds$

$dy = \sin\alpha \; ds$ $\qquad y(s) = \int \sin\alpha(s)\, ds$

Def $\kappa(s) = \frac{d\alpha}{ds}$ $\qquad d\alpha = \kappa(s)\,ds \underset{\text{Kl.}}{=} cs\,ds$

$\alpha = \frac{c}{2} s^2$ bei $\alpha_0 = 0$

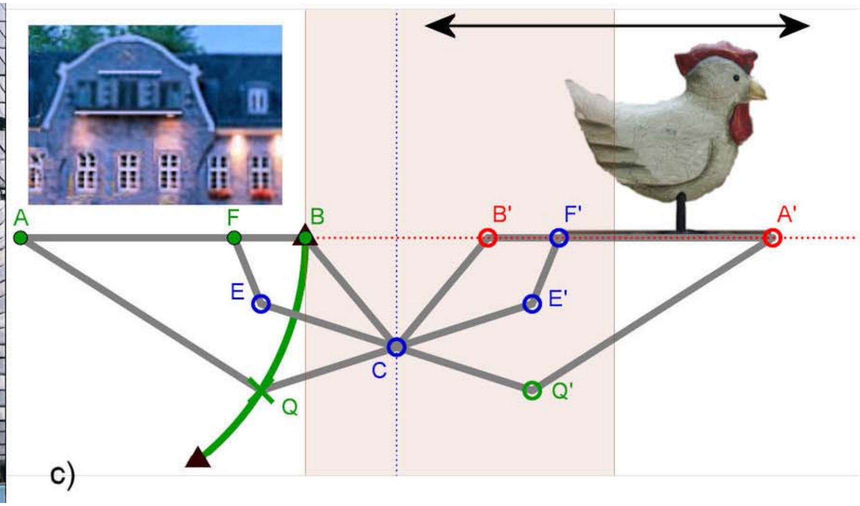
$$x(s) = \int_0^s \cos\left(\tfrac{c}{2}t^2\right) d\,t \qquad y(s) = \int_0^s \sin\left(\tfrac{c}{2}t^2\right) d\,t$$

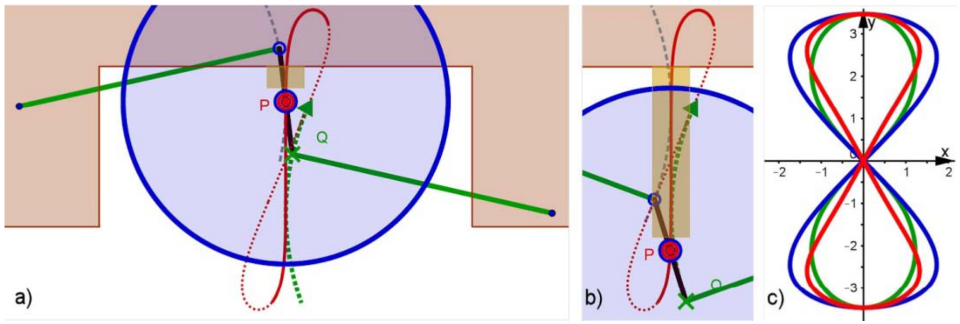
Keine
Straße
ohne
Klothoide

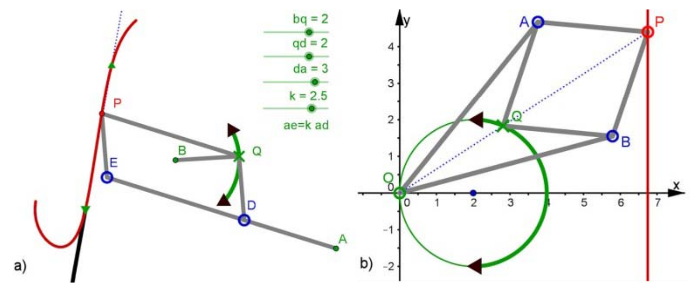
sagt
Ekkehardt

Na, wie viele Klothoiden hatten Sie denn heute schon ?

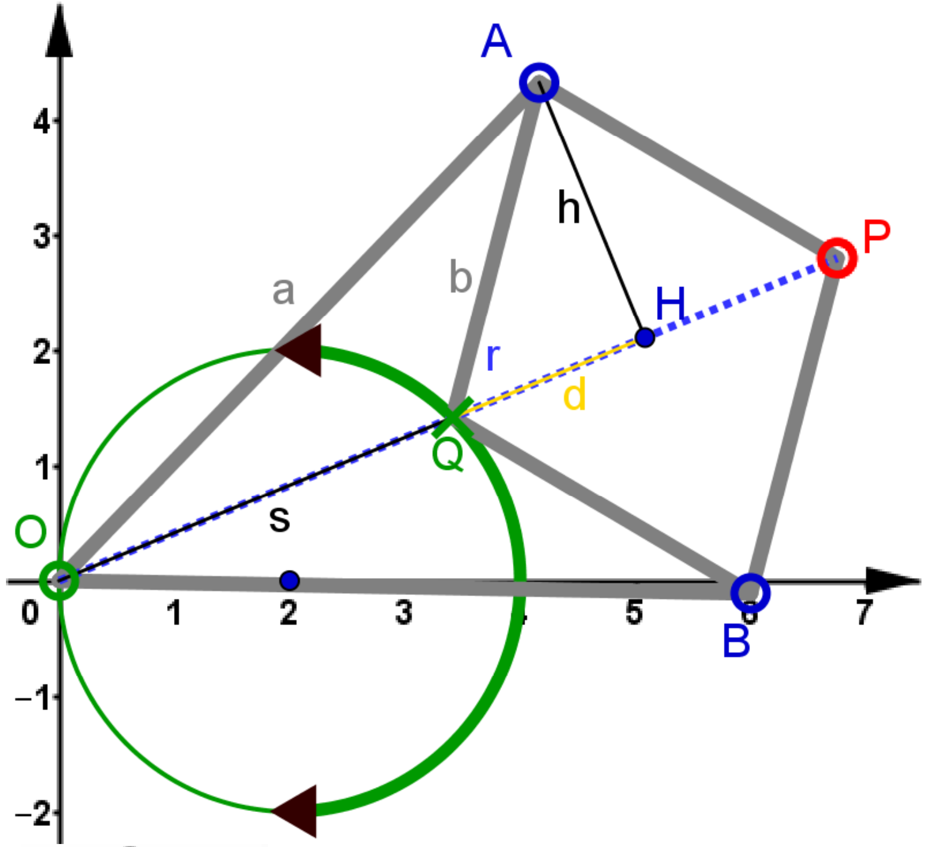
Gelenke

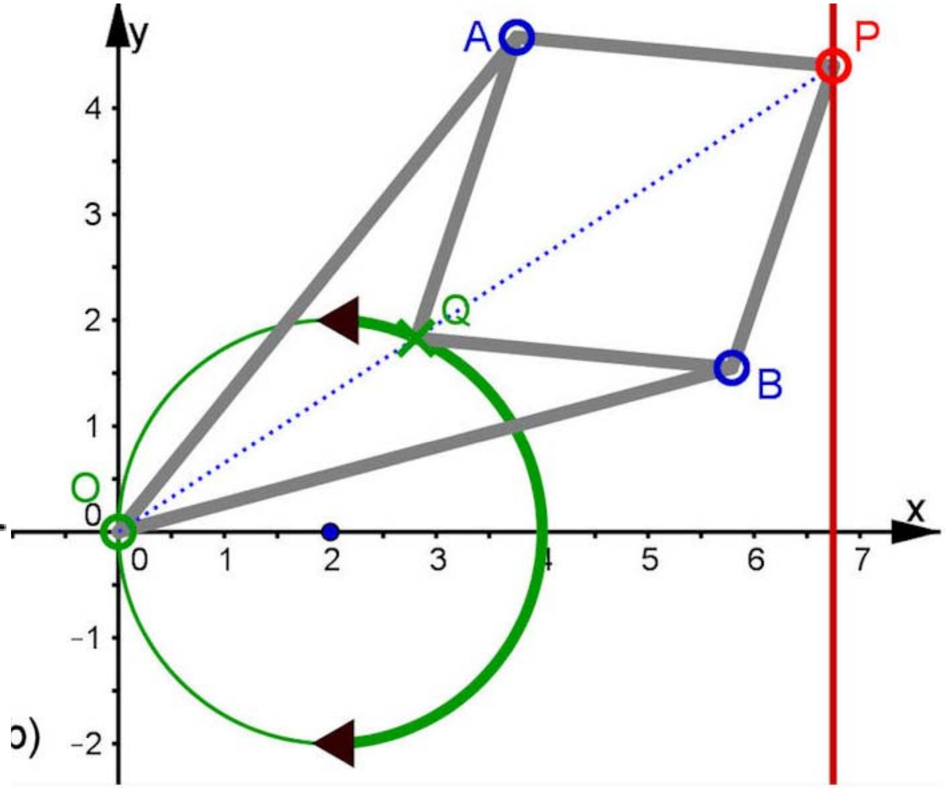

A
F
B
B'
F'
A'
E
E'
C
Q
Q'
c)


P
Q
a)
P
Q
b)
c)
x
y


bq = 2
qd = 2
da = 3
k = 2.5
ae=k ad
P
B
Q
E
D
A
a)
A
P
Q
B
O
x
y
b)

Inversor von Peaucellier 1864

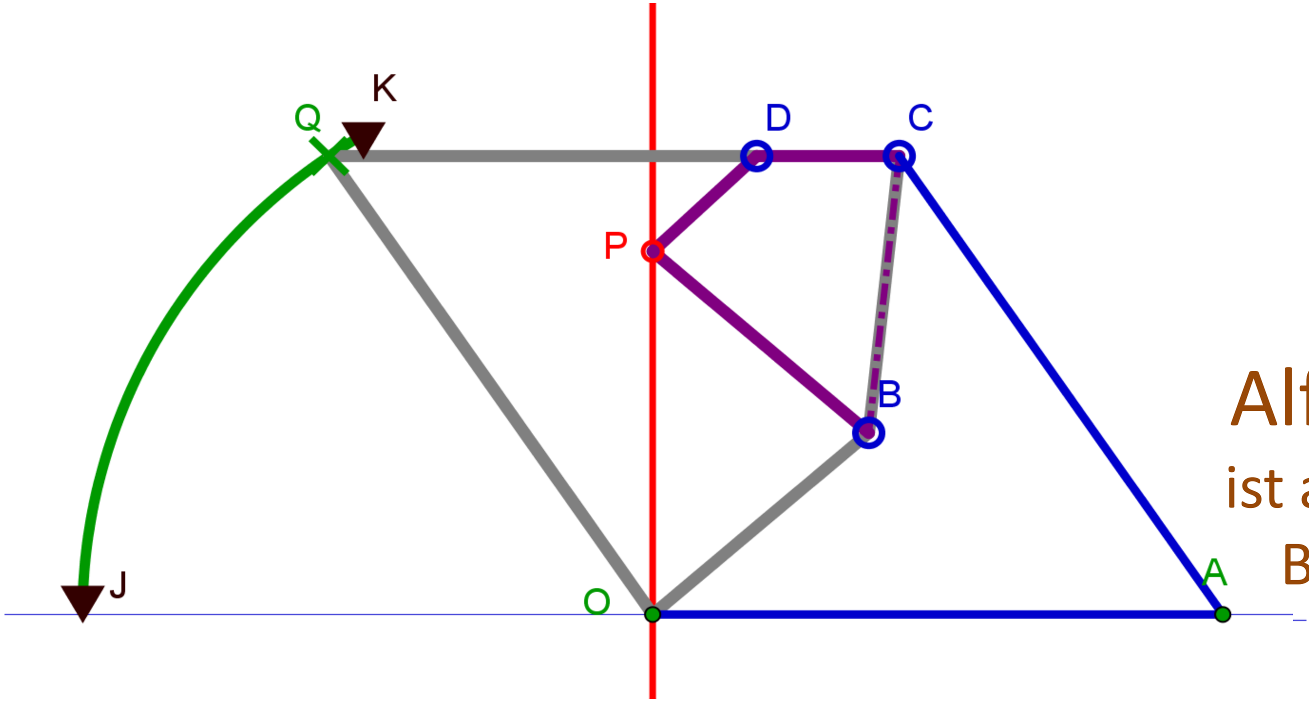




Kreisbewegung und Geradführung mit Hilfe der Kreisspiegelung

$$r \cdot s = (s+2d)s = s^2 + 2ds + d^2 - d^2 = (s+d)^2 - d^2 = a^2 - h^2 - b^2 + h^2 = a^2 - b^2 =: k^2$$

Drachengelenk von Kempe um 1877



Alfred B. Kempe

ist auch durch seinen Beweisversuch von 1879 zum Vierfarbensatz bekannt

Kreisbewegung und Geradführung mit Hilfe ähnlicher Drachen

Satz von Kempe

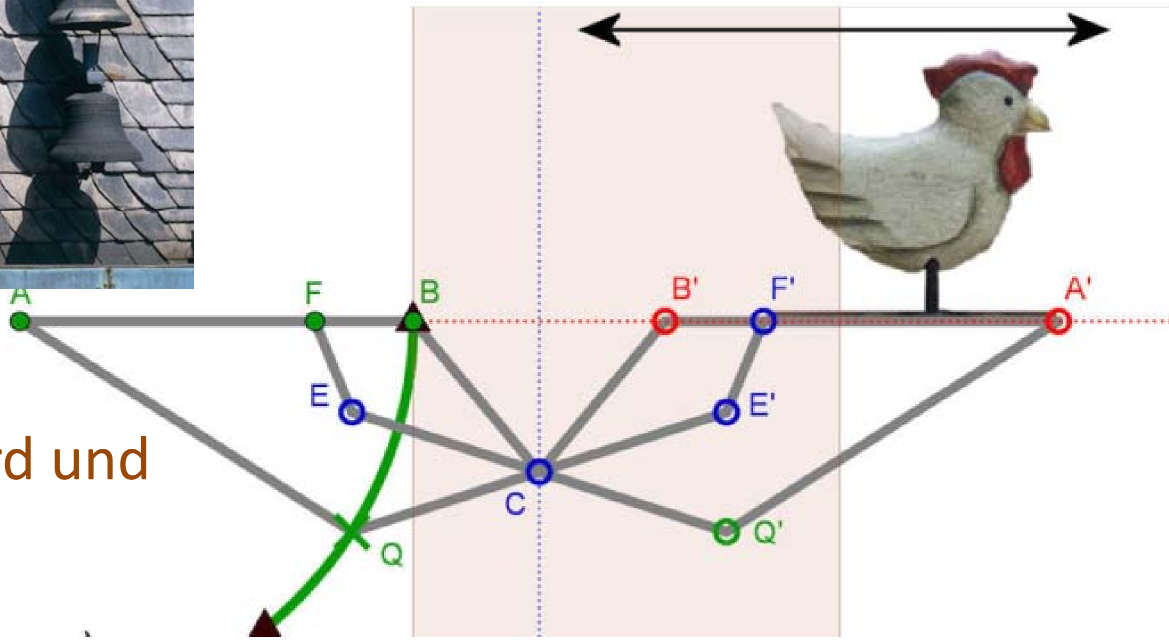
algebraische Kurve $\Leftrightarrow \exists$ Stangengelenk

Gelenke in der Mechanik

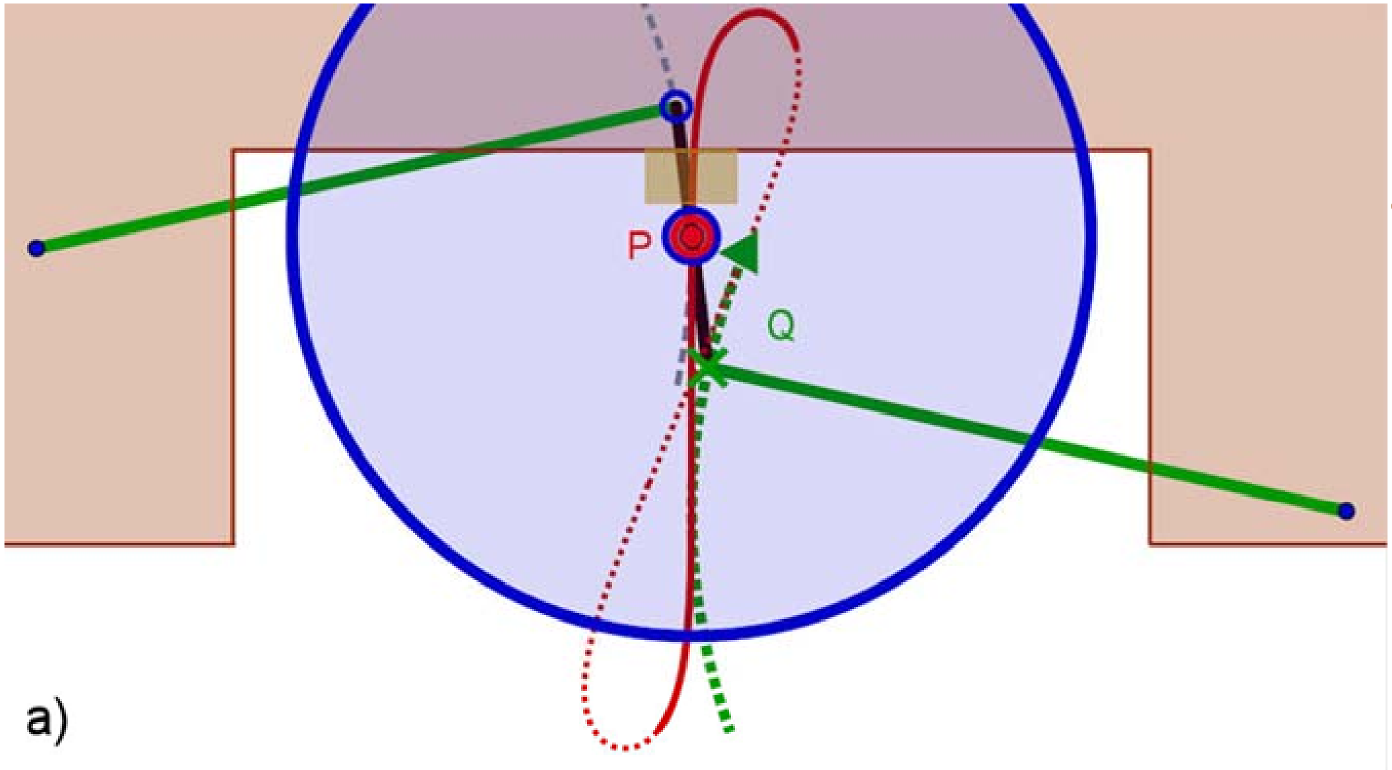
Goslar, Bergamt

Ritter Ramm, sein Pferd und sein König treten vor.

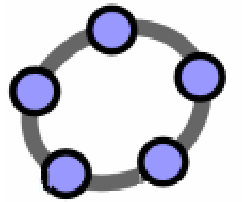
Doppeldrachen von Kempe



Lemniskaten-Anlenkung



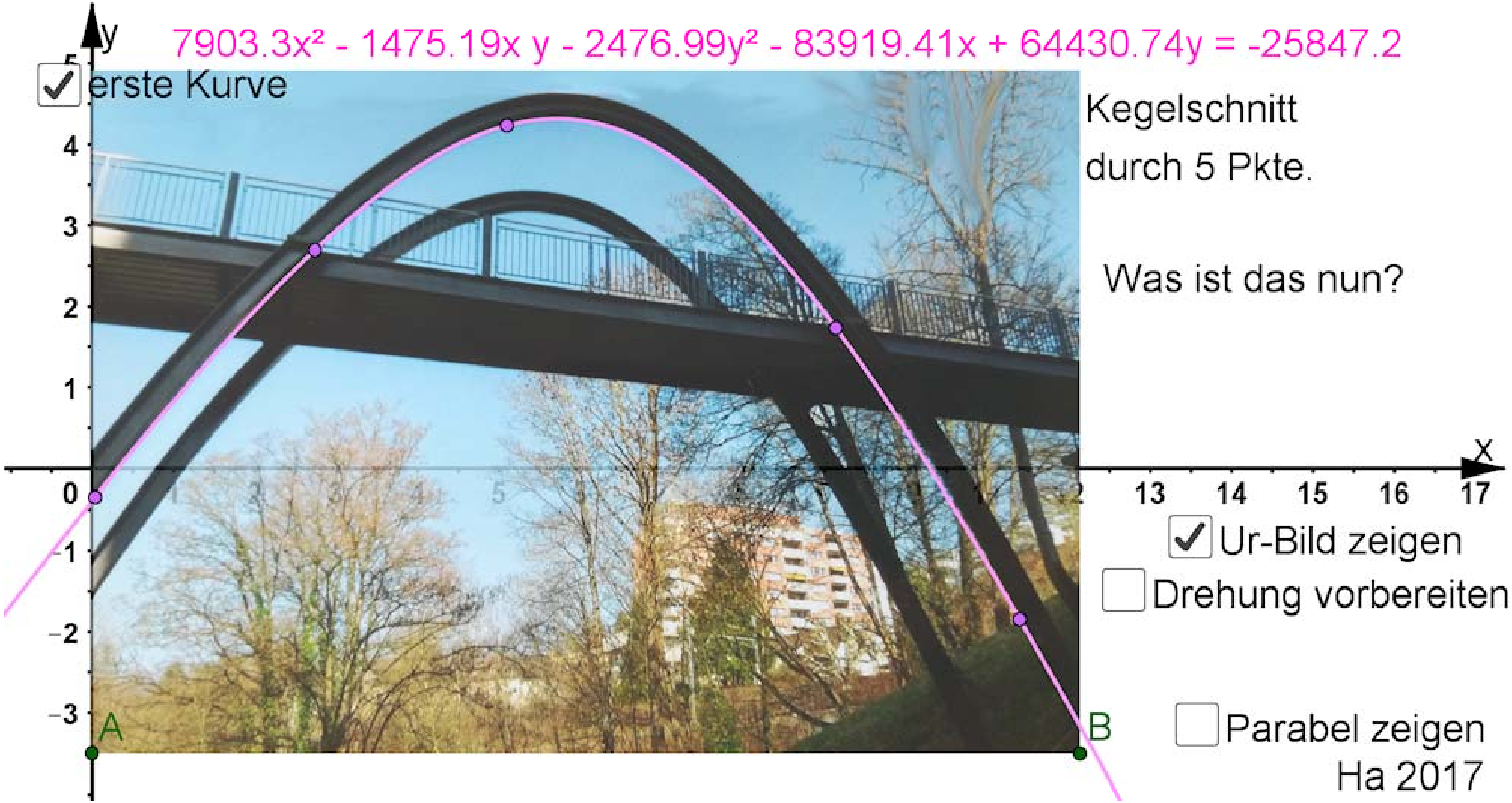
von
James Watt,
Ende
des 18.Jh.



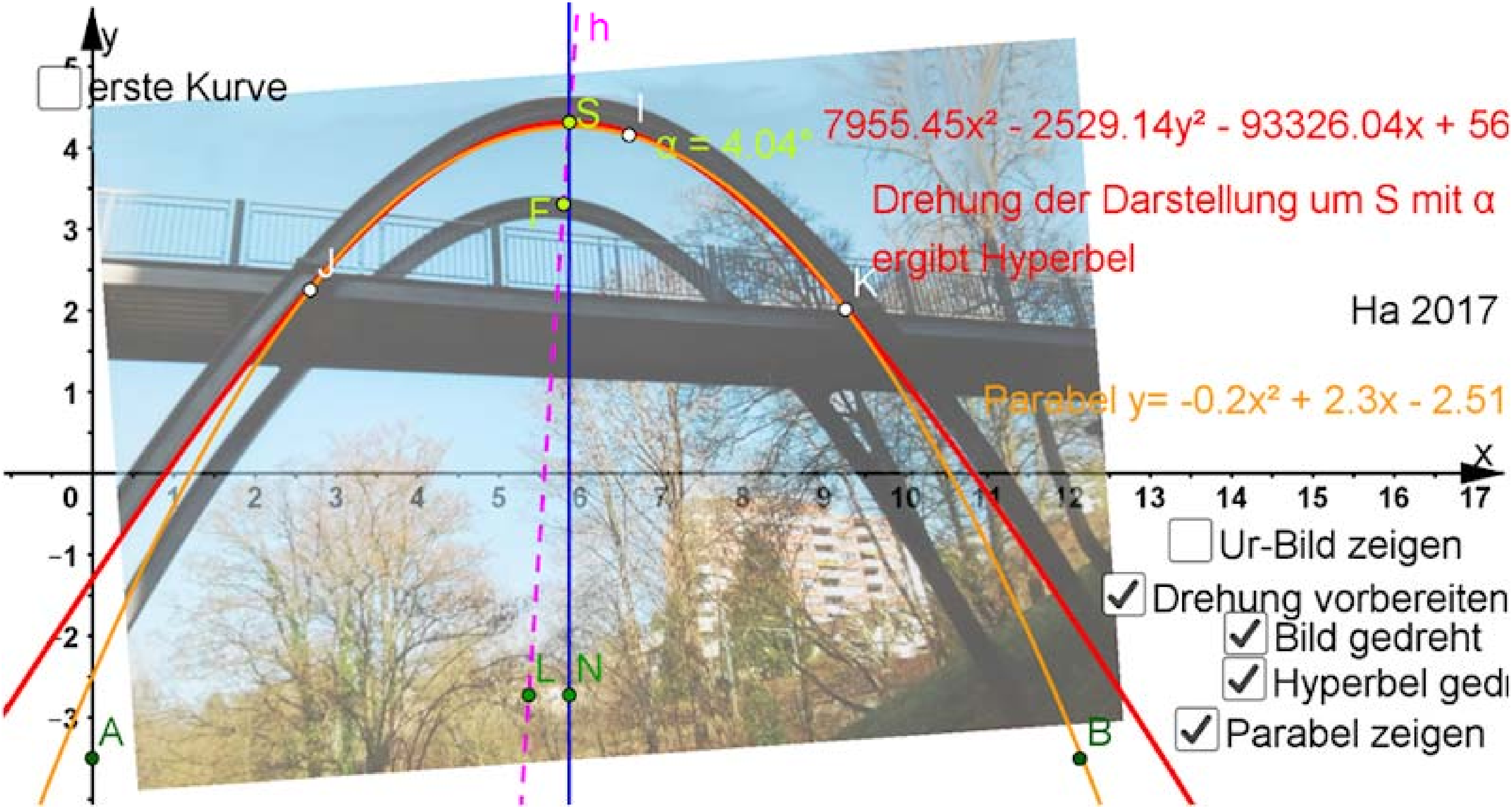
Effekt: Stöße auf das Rad werden durch eine Feder über Achse und die gezeigte Aufhängung kaum auf den Wagen übertragen.

Kurven in unserer Welt

Brückenform als Kegelschnitt



Hyperbelbrücke



Meine Bücher

2. Aufl.
Herbst 2016

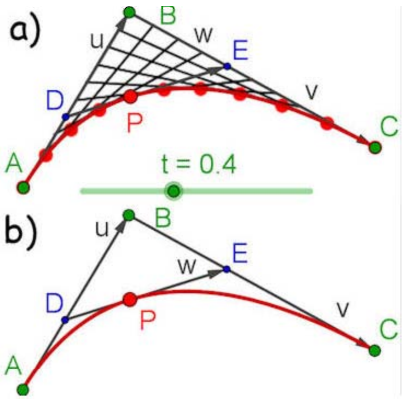
„Mathe
für alle“

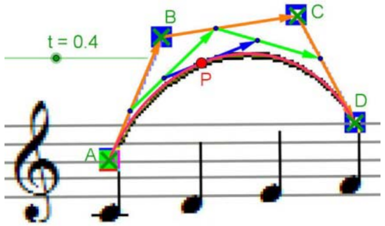
www.mathematik-sehen-und-verstehen.de

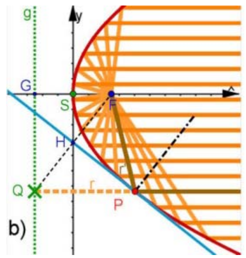
soll die Lehrerausbildung
in Mathematik bereichern.
Es soll auch für Lehrer sein,
die mehr „nahrhaftes Futter“
für ihre Schüler brauchen.

Sehr ausführliche Website mit allen GeoGebra-Dateien und vollständigen Aufgabenlösungen

Connaître par reconnaître
oder man sieht nur das, wovon man eine Ahnung hat





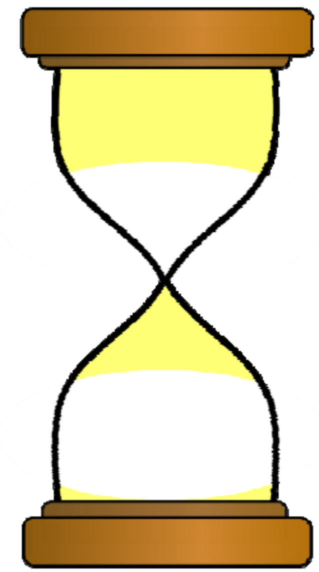


Kurven
ohne
Ende

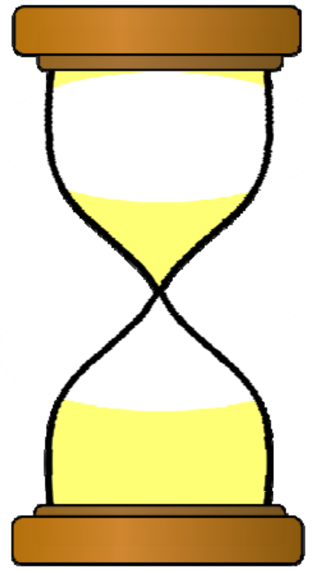
Bézier-
kurven

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de   www.kurven-erkunden-und-verstehen.de

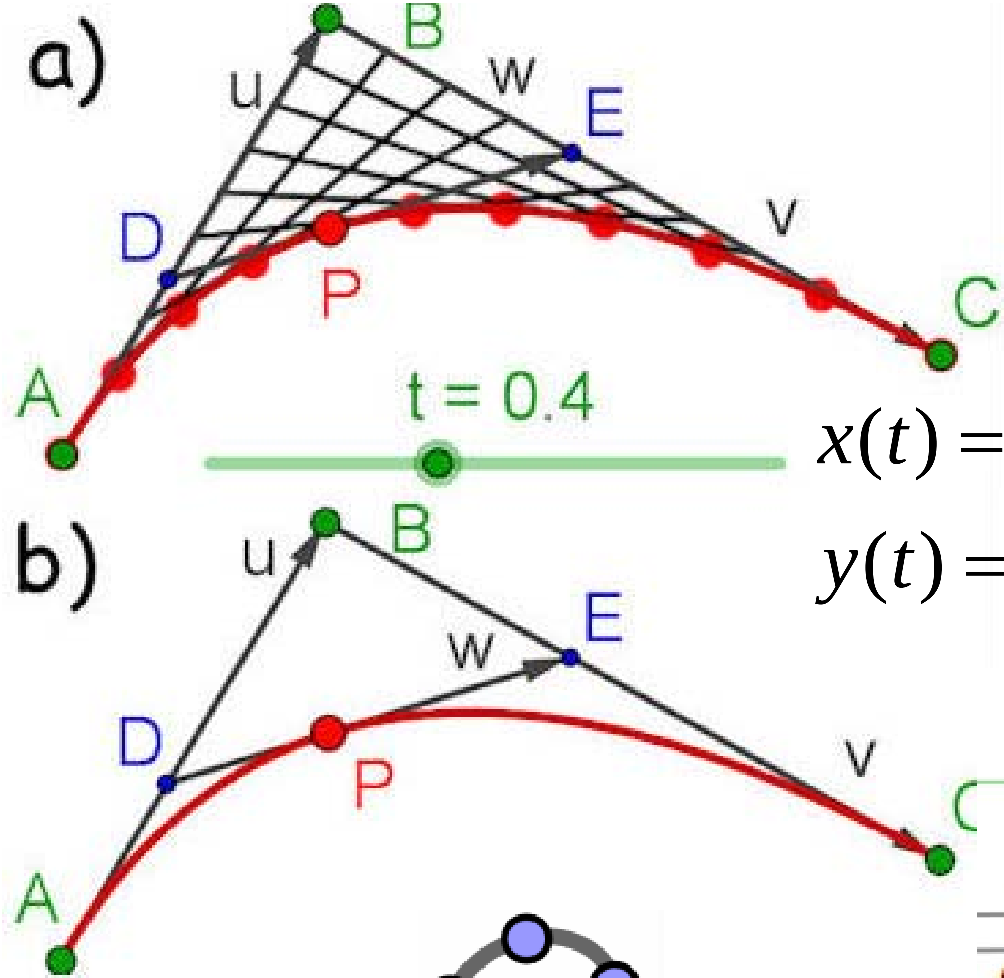


Haben wir Zeit, noch einmal in den Wundersack zu greifen?



- Bèzier-Kurven
- oder
- Reflexion bei Kegelschnitten

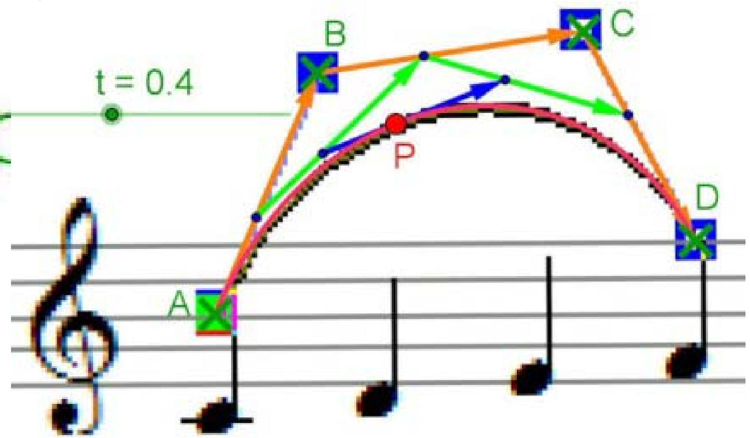
Bèzier-Kurven



b_i Bernstein-Polynome

$$x(t) = A_x b_0(t) + B_x b_1(t) + C_x b_2(t)$$

$$y(t) = A_y b_0(t) + B_y b_1(t) + C_y b_2(t)$$



Reflexion bei Kegelschnitten