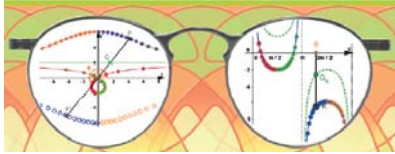


# Kurven verstehen durch zwei Perspektiven

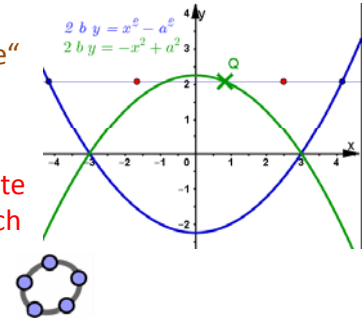


Vortrag für die Berliner Mathematische Gesellschaft am 8. Februar 2018

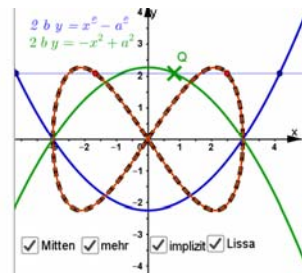
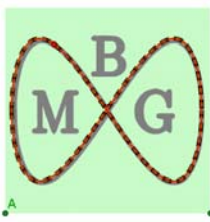


# Mittenkurven

Zwei „harmlose“ Parabeln,  
Q wandert,  
die Mittelpunkte werden dadurch bewegt.



# Mittenkurven



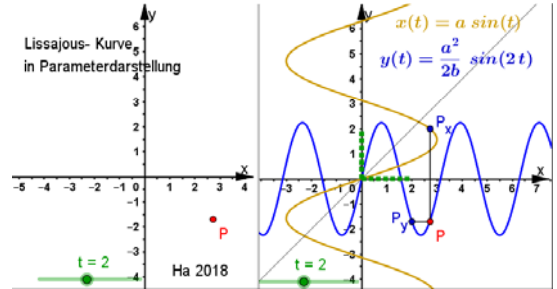
explizite Gleichung  $2^2 y^2 = 3^2 x^2 - x^4$

Gerono'sche Lemniskate  
Camille-Christophe Gerono (\* 1799 in Paris; † 1891)

# Parameterkurven

Lissajous-Kurve

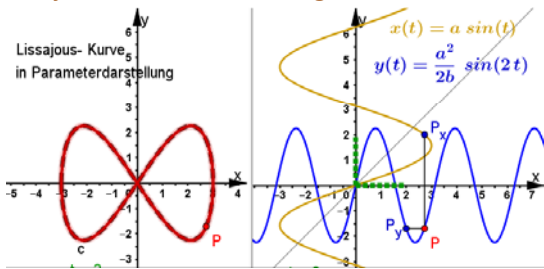
Schwingendes Pendel



# Parameterkurven

Lissajous-Kurve

Schwingendes Pendel



# Polarkurven

Polardarstellung

Zum Polwinkel  $\theta$   
gehört der Polarradius  $r(\theta)$

$b^2 y^2 = a^2 x^2 - x^4$  Gerono'sche Lemniskate

$x(\theta) = r \cos(\theta)$

$y(\theta) = r \sin(\theta)$

$$\Rightarrow r(\theta) = \frac{\sqrt{a^2 \cos^2(\theta) - b^2 \sin^2(\theta)}}{\cos(\theta)^2}$$



## Polarkurven

**Polardarstellung**

Zum Polarwinkel  $\theta$  gehört der Polarradius  $r(\theta)$

$P = (r(\theta); \theta)$

**kartesische Darstellung**

Zur Abszisse  $\theta$  gehört die Ordinate  $r(\theta)$

$K = (\theta, r(\theta))$

$r(x) = \frac{\sqrt{3^2 \cos^2(x) - 2^2 \sin^2(x)}}{\cos^2(x)}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 7

## Polarkurven

**Polardarstellung**

Zum Polarwinkel  $\theta$  gehört der Polarradius  $r(\theta)$

$P = (r(\theta); \theta)$

**kartesische Darstellung**

Zur Abszisse  $\theta$  gehört die Ordinate  $r(\theta)$

$K = (\theta, r(\theta))$

$r(x) = \frac{\sqrt{3^2 \cos^2(x) - 2^2 \sin^2(x)}}{\cos^2(x)}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 8

## allgemeinere Polarkurven

**polar-kartesische Darstellung**

$P = (r(\theta); \theta)$

$K = (\theta, r(\theta))$

$r(x) = \frac{2}{\sin(x)} - 4$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 9

## Polarkurven

$P = (r(\theta); \theta)$

$K = (\theta, r(\theta))$

in Sekll und Uni, v.A. Lehramt

Konchoide des Nikomedes in Klasse 8

$r(x) = \frac{2}{\sin(x)} - 4$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 10

## Bipolare Kurven

Die Abstände  $r'$  und  $r$  von zwei Brennpunkten im Abstand  $2e$  erfüllen eine Gleichung.

$r' \cdot r = k^2 \rightarrow$  Cassini'sche Kurven

$r' \cdot r = k^2$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 11

## Bipolare Kurven

$r' \cdot r = k^2 \rightarrow$  Cassini'sche Kurven:

weitere:

$r' + r = 2a \rightarrow$  Ellipsen

$|r' - r| = 2a \rightarrow$  Hyperbeln

$m \cdot r' + n \cdot r = k \rightarrow$  Descartes'sche Kurven

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 12

### eigene bipolare Kurven

Sinus-Teddy

Ideen für Funktionen rechts,  
Vorhersagen von Eigenschaften  
Deutung von Überraschungen, Kreativität, Stolz.....

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 13

### Raumverwandte Kurven

$$2(y - x^2 - a)(x^2 + y^2 - r^2) = h$$

Produkt aus Parabel und Kreis = h

Für h=0 gibt's nichts Neues!

Aber.....

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 14

### Raumverwandte Kurven

$$2(y - x^2 - a)(x^2 + y^2 - r^2) = h$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 17

### Raumverwandte Kurven

$$(y - x^2 - a)(x^2 + y^2 - r^2) = h$$

h=-3 h=-0.7 h=0 h=0.7 h=1.4 h=1.7

Felix Klein untersuchte Produkte aus zwei Ellipsen und klassifizierte die möglichen Formen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 20

### Raumverwandte Kurven

$$d(x, y) = (y - x^2)(x^2 + y^2 - 1.5^2)$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 21

### Kurven in vielen Perspektiven

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.kurven-erkunden-und-verstehen.de> Folie 22